

Шмалько Елизавета Юрьевна

к.т.н., с.н.с. отдел 55

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)



доцент кафедры СМ7 (Робототехнические системы и мехатроника)
МГТУ им. Н.Э. Баумана

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени доктора технических наук

Специальность 2.3.1. – «Системный анализ, управление и обработка информации, статистика»

**ПРИНЦИП СИНТЕЗИРОВАННОГО ОПТИМАЛЬНОГО
УПРАВЛЕНИЯ В РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ**

Москва - 2024

Работа выполнена в ФИУ ИУ РАН в отделе №55.

Научный консультант:

Дивеев Асхат Ибрагимович
доктор технических наук, профессор

Официальные оппоненты:

Афанасьев Валерий Николаевич
доктор физико-математических наук, профессор

Фуртат Игорь Борисович
доктор технических наук, профессор

Демидова Лилия Анатольевна
доктор технических наук, профессор

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное учреждение
науки «Санкт-Петербургский Федеральный
исследовательский центр Российской академии наук»

Научно-техническая проблема и актуальность

Объектом исследования являются системы управления робототехническими устройствами.

- Число и разнообразие роботов растет огромными темпами
- Современное устройство управления является цифровым - компьютерная программа
- Вычислительные возможности позволяют автоматизировать подходы к созданию систем управления

Диссертационное исследование посвящено разработке и обоснованию нового подхода к решению **научно-технической проблемы** получения реализуемых на практике оптимальных управлений робототехническими системами в автоматизированном режиме с помощью методов машинного обучения управлению.

Нужно формализовать условия и требования и далее доверить поиск решения машине.

Для этого необходимо обеспечить 2 составляющих этого процесса:

**Формальная математическая
постановка задачи**

+

**Универсальные численные
методы ее решения**

Теория оптимального управления

Основная задача оптимального управления - задача нахождения закона управления для заданной системы, обеспечивающего выполнение определенного критерия оптимальности.

Расчет оптимального управления производится на основе математической модели объекта. А модель есть приближенное описание объекта.

В результате при переносе полученных расчетных оптимальных управлений на реальный объект возникают **отклонения реального объекта от расчетной модели**. В этом заключается **основная проблема реализации получаемых оптимальных управлений**.

На практике в реальные системы вводятся дополнительные системы стабилизации. Однако их введение изменяет модель объекта управления. В результате, расчет оптимальности производился для одной модели, а по факту управляющие сигналы применяются для другой замкнутой системы. Следовательно, оптимальность в таком случае не гарантирована.

При таком подходе, вводя систему стабилизации, разработчиками вообще **не ставится вопрос об оптимальности или сохранении расчетной оптимальности полученных управлений**, анализируется только **устойчивость**.

Разрыв между теорией и практикой

- **сложность решения самой задачи** оптимального управления в робототехнике в виду нелинейности динамических объектов, их высокой размерности, необходимости учета различных фазовых ограничений
- **трудность реализации получаемых оптимальных управлений**



приводят к тому, что задача оптимального управления в ее традиционной математической постановке все меньше и меньше решается при создании новых автономных устройств.

В робототехнике большинство современных систем управления роботами программируются вручную, часто инженеры даже не ставят общих задач, так как и **поставить задачу непросто**, но еще и **нет общих способов их решения**.

Однако задачи для роботов **можно и нужно** ставить **как задачи оптимального управления** и для их решения необходимо разрабатывать универсальные методы.

Например, для нахождения оптимального пути в текущих реальных условиях, задачи предотвращения столкновений со статическими и динамическими препятствиями, задачи взаимодействия с другими объектами управления, задачи точного достижения заданных терминальных условий и т.д.

Целью диссертационного исследования является разработка и обоснование нового подхода к **решению научно-технической проблемы** получения реализуемых на практике **оптимальных управлений** робототехническими системами в автоматизированном режиме с помощью методов машинного обучения управлению.

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Модель объекта управления $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$

$\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]^T$ - вектор состояния, $\mathbf{u} = [u_1 \dots u_m]^T$ - вектор управления $m \leq n$

Ограничения на управление $\mathbf{u} \in U \quad u_i^- \leq u_i \leq u_i^+ \quad i = 1, \dots, m$

U - компакт u_i^-, u_i^+ - верхняя и нижняя границы управления

Начальное состояние $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = [x_1^0 \dots x_n^0]^T$

Терминальные условия $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f = [x_1^f \dots x_n^f]^T$

$$t_f = \begin{cases} t, \text{ если } t < t^+ \text{ и } \|\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0) - \mathbf{x}^f\| \leq \varepsilon_1 \\ t^+ - \text{ иначе} \end{cases}$$

- время достижения терминального состояния

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В задачах оптимального управления роботами, как правило, учитывают **фазовые ограничения**:

- области, куда робот не должен попадать

$$\varphi_i(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0)) \leq 0, \quad i = 1, \dots, M,$$

M - количество фазовых ограничений

- для группы роботов имеют место динамические фазовые ограничения, которые описывают условия отсутствия столкновений между роботами

$$\chi(\mathbf{x}^{j_1}, \mathbf{x}^{j_2}) \leq 0, \quad j_1 = 1, \dots, N - 1, j_2 = j_1 + 1, \dots, N,$$

$\chi(\mathbf{x}^{j_1}, \mathbf{x}^{j_2})$ – функция, определяющая условие, чтобы расстояние между роботами в геометрическом пространстве не превышало заданную величину

- зоны обязательного прохождения
- ограничения на некоторые компоненты x_k , $k \in \{1, \dots, n\}$, вектора состояния робота в процессе функционирования $x_k^- \leq x_k \leq x_k^+$

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Критерий качества

$$J = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) dt \rightarrow \min$$

Например, критерий быстродействия; минимальной длины траектории; минимальной ошибки движения по заданной траектории; минимального расхода управления (энергии, топлива и др.) и т.д.

При **численном решении** задачи оптимального управления к основному критерию качества обычно добавляется с коэффициентами штрафа точность попадания в терминальное состояние и условия выполнения фазовых ограничений

$$J_1 = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0), \mathbf{u}) dt + p_1 \sum_{i=1}^M \int_0^{t_f} \vartheta(\varphi_i(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0))) dt + p_2 \|\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}^f\| \rightarrow \min$$

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Необходимо найти управление как функцию времени

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}(t) \in U$$

$\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0)$ решение системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{v}(t)) \quad \text{из} \quad \mathbf{x}^0$$

достигает терминального состояния

$$\mathbf{x}(t_f, \mathbf{x}^0) = \mathbf{x}^f$$

с оптимальным значением
критерия качества

$$J = \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0), \mathbf{v}(t)) dt \rightarrow \min_{\mathbf{u} \in U}$$

$\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0) = \mathbf{x}^*(t)$ - программная траектория

Проблема реализуемости решения задачи оптимального управления

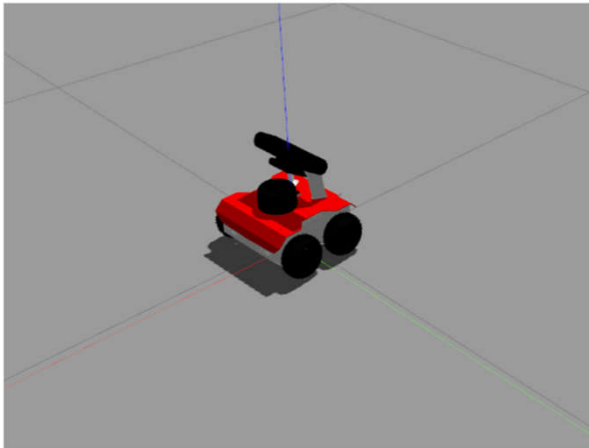


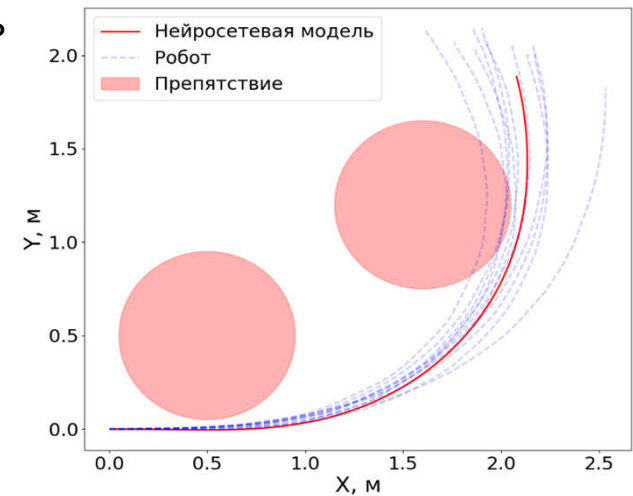
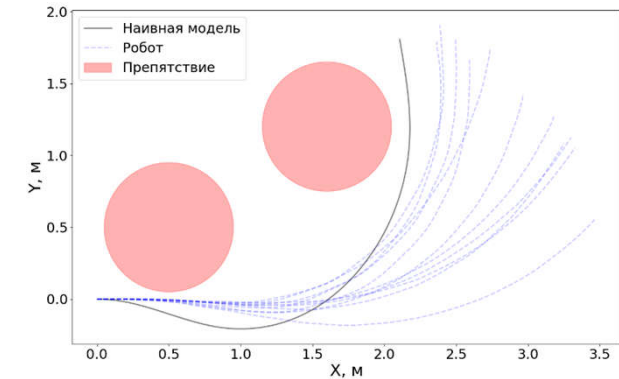
Рис. 1. ROSbot в симуляторе Gazebo

Простая кинематическая модель

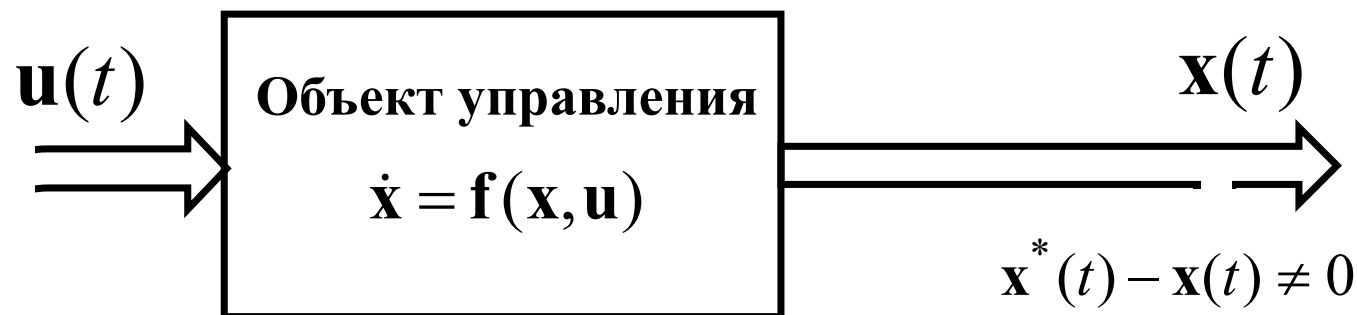
$$\begin{cases} \dot{x} = u^v \cos(\theta), \\ \dot{y} = u^v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} = u^\omega. \end{cases}$$

Смешанная нейросетевая модель

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos(\theta), \\ \dot{y} = v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} = \omega, \\ \dot{v} = f^v(v, \omega, u^v, u^\omega), \\ \dot{\omega} = f^\omega(v, \omega, u^v, u^\omega), \end{cases}$$



Разомкнутый тип управления



Модель отличается от реального объекта,

+ неопределенности модели

Отклонения реального движения объекта от программной траектории $x^*(t)$

В результате объективно существующих различий между моделью объекта управления и физическим объектом возникает **ошибка в реализации** расчетного оптимального управления. И эта ошибка со временем растет.

Свойство реализуемости модели объекта управления

Решение задач управления с математической точки зрения представляет собой качественное изменение правых частей системы дифференциальных уравнений, описывающих математическую модель объекта управления.

Введение управления с обратной связью в систему дифференциальных уравнений придает системе некоторое **свойство**, позволяющее объекту управления достичь цели с близким к расчетному значением качества, то есть быть **реализуемым**.

Пусть $\mathbf{x}(t)$ - состояние объекта управления, полученное по его математической модели, а $\mathbf{y}(t)$ – состояние реального объекта управления, полученное в результате измерений.

Определение. Модель объекта управления является **реализуемой** на интервале $[t_0, T]$, если ее ошибка на требуемом интервале не увеличивается более, чем на некоторую заданную погрешность $\delta > 0$:

$$|\mathbf{x}(t) - \mathbf{y}(t)| \leq \delta \quad \forall t \in [t_0, T].$$

Управление с обратной связью по состоянию: ЗАДАЧА ОБЩЕГО СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЯ

Функционал качества управления

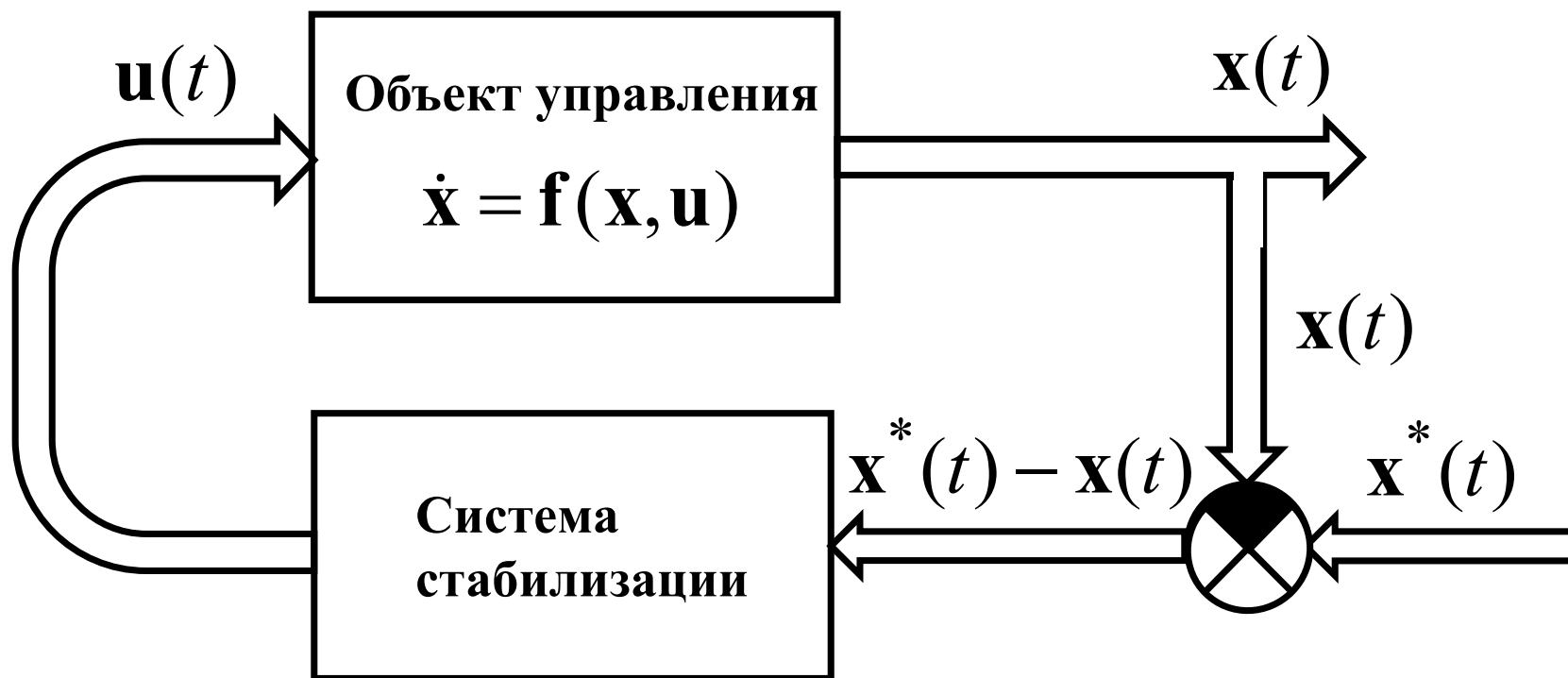
$$J = \int_{X_0} \dots \int \left(F(\mathbf{x}(t_f)) + \int_0^{t_f} f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \right) dx_1 \dots dx_n \rightarrow \min$$

Необходимо найти управление в виде

$$\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x})$$

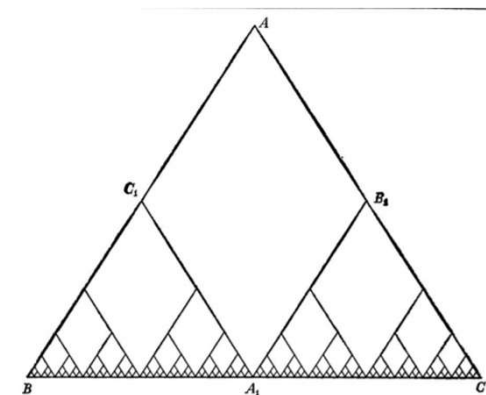
$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$$

Вводится система стабилизации объекта



$$u(t) = D \circ (x^*(t) - x(t))$$

- 1) При расчете оптимального управления мы используем все доступные ресурсы управления, и ресурсов управления может не хватить для стабилизации.
- 2) Движение в окрестности оптимальной траектории часто может быть вовсе не оптимальным по значению функционала
- 3) Математическая модель объекта управления с системой стабилизации не совпадает с математической моделью без системы стабилизации, которая использовалась для решения задачи оптимального управления. Это означает, что полученное оптимальное управление не будет оптимальным для математической модели объекта управления с системой стабилизации.



Young, L.C.: Lecture on the calculus of variations and optimal control theory. AMS Chelsea publishing, Providence Rhode Island (2000).

Общий технический подход: движение по устойчивым точкам

На практике инженеры давно поняли трудности управления неустойчивыми объектами, поэтому:

сначала делают объект устойчивым, а затем располагают устойчивые точки на полученной в результате решения задачи оптимального управления программной траектории

Основным недостатком такого подхода при движении объекта управления по устойчивым точкам траектории является то, что даже если эта траектория получена в результате решения задачи оптимального управления, то само **движение не будет оптимальным**. Для обеспечения оптимальности необходимо двигаться по траектории с определенной скоростью, но при приближении к точке устойчивого равновесия скорость объекта управления стремится к нулю.

Необходимо, чтобы движение по устойчивым точкам тоже исходило из решения задачи оптимального управления и соотносилось с исходным функционалом.

Принцип синтезированного оптимального управления

В работе сформулирован новый принцип синтезированного оптимального управления, согласно которому решение задачи оптимального управления производится для объекта, стабилизированного относительно точки равновесия в пространстве состояний.

Согласно принципу синтезированного оптимального управления:

- первоначально решается задача синтеза управления, чтобы обеспечить устойчивость объекта относительно точки в пространстве состояний с заданным критерием качества стабилизации
- затем решается задача оптимального управления. Оптимальное управление реализуется за счет оптимального изменения положения устойчивой точки равновесия.

Принцип синтезированного оптимального управления

- математический подход к решению задачи оптимального управления в терминах функционала качества

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}), \quad (1)$$

где \mathbf{x} - вектор, описывающий состояние объекта управления, \mathbf{u} - управление, $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u} \in U \subseteq \mathbb{R}^m$, $m \leq n$, U - компактное множество.

Заданы начальные условия

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^n. \quad (2)$$

Задано целевое терминальное состояние

$$\mathbf{x}(T) = \mathbf{x}^f \in \mathbb{R}^n, \quad (3)$$

где T - время достижения терминальных условий, это время может быть не задано, но ограничено, $T \leq t^+$, t^+ - заданное предельное время процесса управления.

Задан критерий качества:

$$J_1 = \int_0^T f_0(\mathbf{x}, \mathbf{u}) dt \rightarrow \min_{\mathbf{u} \in U}. \quad (4)$$

Принцип синтезированного оптимального управления

Согласно принципу необходимо найти такую функцию управления, чтобы система (1) всегда имела устойчивую точку равновесия в пространстве состояний. Вместе с тем в функцию управления вводится вектор параметров \mathbf{q}^* , который влияет на положение точки равновесия в пространстве состояний.

$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{q}^*), \quad (5)$$

Функция управления (5) обеспечивает наличие у системы

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{q}^*))$$

устойчивой точки равновесия

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}^*(\mathbf{q}^*), \mathbf{g}(\mathbf{x}^*(\mathbf{q}^*), \mathbf{q}^*)) = 0,$$

где $\mathbf{x}^*(\mathbf{q}^*)$ – вектор координат точки равновесия, зависящий от вектора параметров \mathbf{q}^* .

Алгоритмически решаются последовательно две задачи:

1 этап

- Обеспечение устойчивости объекта относительно точки в пространстве состояний - синтез системы стабилизации

2 этап

- Решение задачи оптимального управления, заключающееся в параметрической оптимизации точек пространства состояний, относительно которых синтезированная на первом этапе система управления должна обеспечивать устойчивость.
- Последовательное переключение найденных точек в пространстве состояний обеспечивает движение объекта от начального состояния до конечного с учетом фазовых ограничений и оптимального значения заданного критерия качества

1^{ый} этап: задача численного синтеза системы стабилизации

Задана математическая модель объекта управления $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$.

Задано множество начальных условий:

$$X_0 = \{\mathbf{x}^{0,1}, \dots, \mathbf{x}^{0,K}\},$$

где $\mathbf{x}^{0,j} \in X_0^n \subseteq \mathbb{R}^n$, $\|\mathbf{x}^{0,i} - \mathbf{x}^{0,j}\| \leq \delta$, $i, j \in \{1, \dots, K\}$, δ - заданная величина, определяющая размер области X_0 начальных условий.

Задано терминальное состояние в виде целевой точки стабилизации:

$$\mathbf{x}^* = [x_1^* \dots x_n^*]^T.$$

Задан критерий качества

$$J_1 = \sum_{i=1}^K (p_1 \|\mathbf{x}(T_i, \mathbf{x}^{0,i}) - \mathbf{x}^*\| + T_i) \rightarrow \min_{\mathbf{u} \in U},$$

p_1 - весовой коэффициент, T_i - время достижения терминального состояния из начального положения $\mathbf{x}^{0,i}$

Необходимо найти функцию управления в форме:

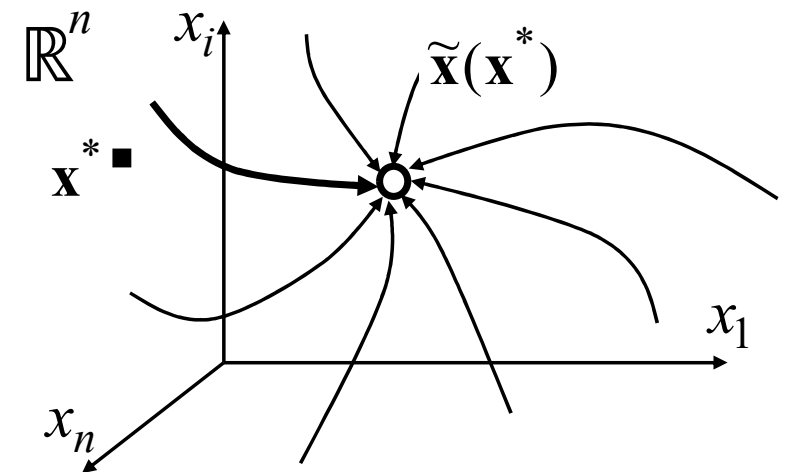
$$\mathbf{u} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*) \in U$$

Свойство реализуемости

$$\mathbf{u} = \mathbf{h}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x})$$

Система диф. уравнений $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}))$

имеет точку равновесия $\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^*), \mathbf{h}(\mathbf{x}^* - \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^*))) = 0$



В результате решения задачи синтеза системы стабилизации в пространстве состояний объекта появляется **устойчивая точка равновесия**, попадая в окрестность которой, объект стремится к ней с **качеством, определяемым заданным функционалом**

В окрестности точки равновесия фазовые траектории модели объекта управления сжимаются, и это свойство определяет реализуемость системы. Сжимаемость траекторий обеспечивает уменьшение расхождений между реальным объектом и его моделью при приближении к точке устойчивости.

Свойство реализуемости

Определение. Система дифференциальных уравнений является реализуемой, если эта система как однопараметрическое отображение обладает свойством сжимаемости в области реализации.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}))$$

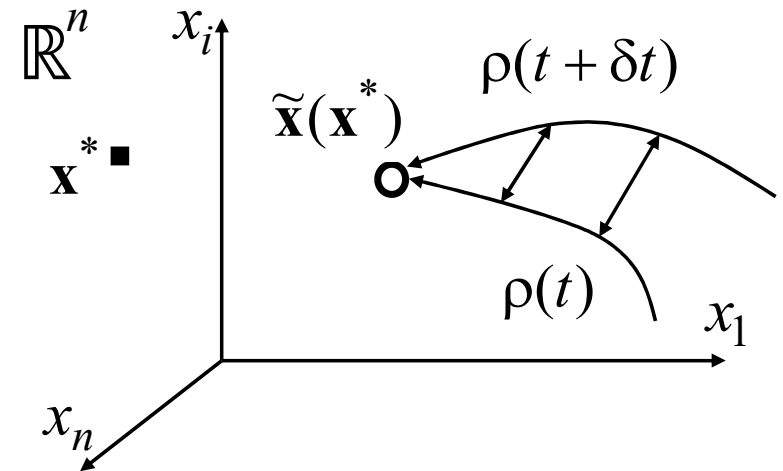
$$\mathbf{x}(t_0 + \delta t) = \int_{t_0}^{t_0 + \delta t} \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{h}(\mathbf{x}^* - \mathbf{x}(t))) dt$$

- сжимающееся отображение с параметром δt

Расстояние между двумя значениями векторов состояния уменьшается

$$\rho(\mathbf{x}^1(t_0 + \delta t), \mathbf{x}^2(t_0 + \delta t)) < \rho(\mathbf{x}^1(t_0), \mathbf{x}^2(t_0))$$

$\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{x}^*)$ - фиксированная точка в сжимающемся отображении



Подходы к решению задачи синтеза управления

- Практический:** специалист по управлению определяет вид функции управления на основе своего опыта и знаний
- Аналитический:** аналитически решить задачу синтеза удалось только для определенного вида моделей объекта и функционалов
- Численный:** автоматизированное построение вида функции управления и автоматизированный подбор параметров
ОБЩИЙ ПОДХОД с помощью методов машинного обучения управления
(machine learning control)

Машинное обучение управления (Machine learning Control)

- предложена формулировка задачи машинного обучения управления, как поиска неизвестной функции управления
- введено пространство машинно реализуемых функций
- введено машинное обоснование существования определенного свойства математической модели

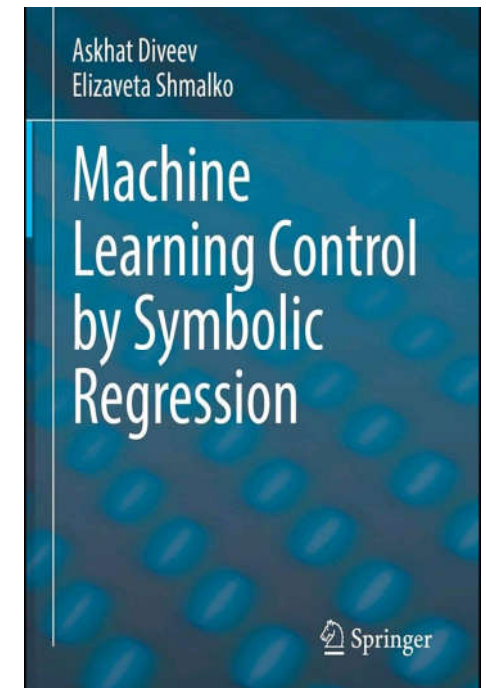
Обозначим неизвестную функцию как $y = \alpha(\mathbf{x})$

Задача машинного обучения - поиск неизвестной функции

$$y = \beta(\mathbf{x}, \mathbf{q})$$

где β - некоторая функция, которая по некоторому критерию равна или близка к α

\mathbf{q} - вектор искомых параметров $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^p$



Машинное обучение управления (Machine learning Control)

При обучении с учителем искомая функция аппроксимирует некоторый набор данных, который называется обучающей выборкой. Тогда функционал можно записать в следующем виде:

$$J_1 = \sum_{i=0}^N \|\hat{y}^i - \alpha(\mathbf{x}^i, \mathbf{q})\| \rightarrow \min, ,$$

где $\hat{Y} = \{\hat{y}^i, \dots, \hat{y}^N\}$ – обучающая выборка.

При обучении без учителя искомая функция определяется из критерия минимизации некоторого заданного функционала качества

$$J_2 = \int_0^T f_0(\mathbf{x}(t), \alpha(\mathbf{x}(t), \mathbf{q})) dt \rightarrow \min,$$

где T – время достижения цели.

Машинное обучение — это поиск решения некоторой задачи оптимизации в заданной Δ –окрестности оптимального решения.

Особенность машинного обучения в том, что **обучение не требует точного достижения минимального критерия**

$$J_1 \leq \min J + \Delta^*$$

где Δ^* — заданное положительное значение, определяющее значение функционала, достижимое при обучении.

Машинное обучение управления (Machine learning Control)

Машинное обучение управлению (machine learning control) - это машинный поиск неизвестной функции управления с использованием методов машинного обучения.

Если в результате машинного обучения найденная функция управления должна приобрести некоторые свойства, то доказательство наличия этих свойств подтверждается моделированием и статистическим обобщением результатов моделирования.

Определение. Если проводятся D экспериментов, и в каждом i эксперименте K_i частных решений дифференциального уравнения выполняют требуемое свойство из любых $M_i \geq K_i$ случайно выбранных начальных условий из начальной области, и

$$\lim_{D \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^D \frac{K_i}{M_i} \rightarrow 1,$$

существование этого свойства для дифференциального уравнения в этой области считаем **машинно обоснованным**.

2 подхода к поиску неизвестной функции

$$y = \beta(\mathbf{x}, \mathbf{q})$$

1. Параметрический

- неизвестная функция определяется исследователем с точностью до значений некоторого количества параметров

β - задана

\mathbf{q} - вектор искомых параметров

Машинный поиск неизвестной функции состоит в нахождении оптимальных согласно заданному критерию значений параметров.

Примеры: настройка параметров регулятора, поиск функции на основе нейронных сетей, поиск функции в виде математического ряда переменной длины, когда количество членов ряда определяется в процессе поиска

2. Структурно-параметрический

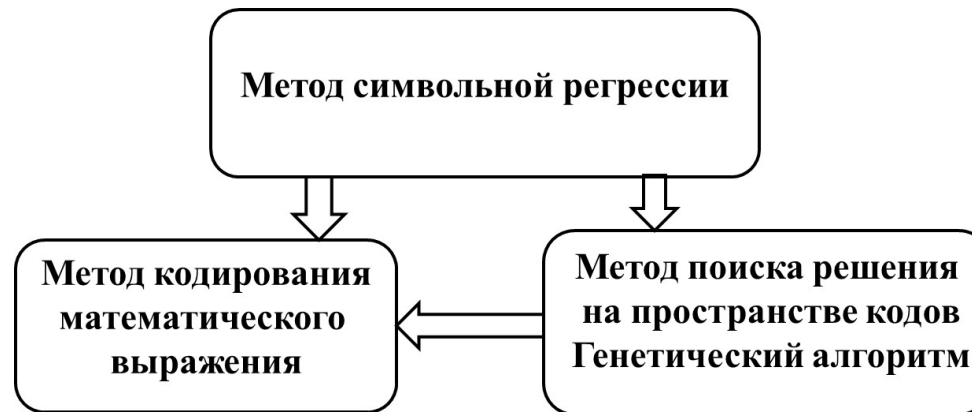
Машинный поиск неизвестной функции состоит в нахождении оптимальной структуры функции и оптимального значения вектора параметров.
Сегодня структурно-параметрический подход реализуется методами символьной регрессии.

β - Структура ищется вместе с вектором параметров

\mathbf{q}

Машинное обучение методами символьной регрессии

реализуют структурно-параметрический подход к решению задачи машинного обучения систем управления



- ✓ Методы символьной регрессии позволяют **искать одновременно и структуру функции и ее параметры**, в отличие от других методов, когда структура функции задана и настраиваются только, таких как ряды Тейлора, полиномы, и ИНС
- ✓ Методы символьной регрессии **не требуют построения обучающей выборки**. Могут обучаться на основе значения функционала.

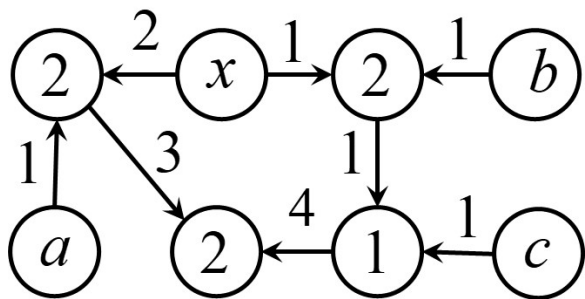
Пример кодирования методом сетевого оператора

$$y = (e^{-(a \cdot x)}) \cdot (\cos((b \cdot x) + c))$$

$$F_0 = (x, a, b, c)$$

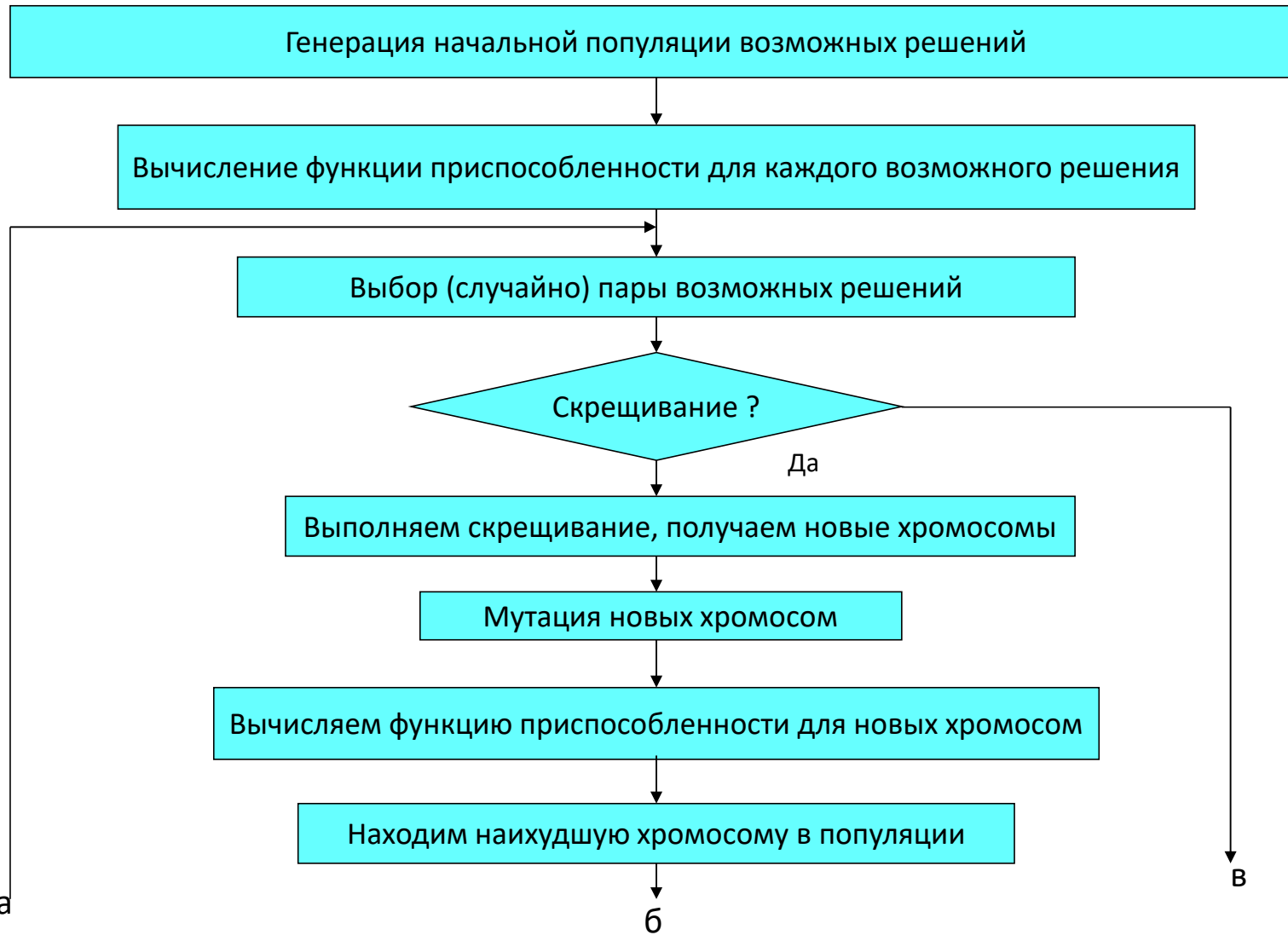
$$F_1 = (f_{1,1}(z) = z, f_{1,2}(z) = -z, f_{1,3}(z) = e^z, f_{1,4}(z) = \cos(z))$$

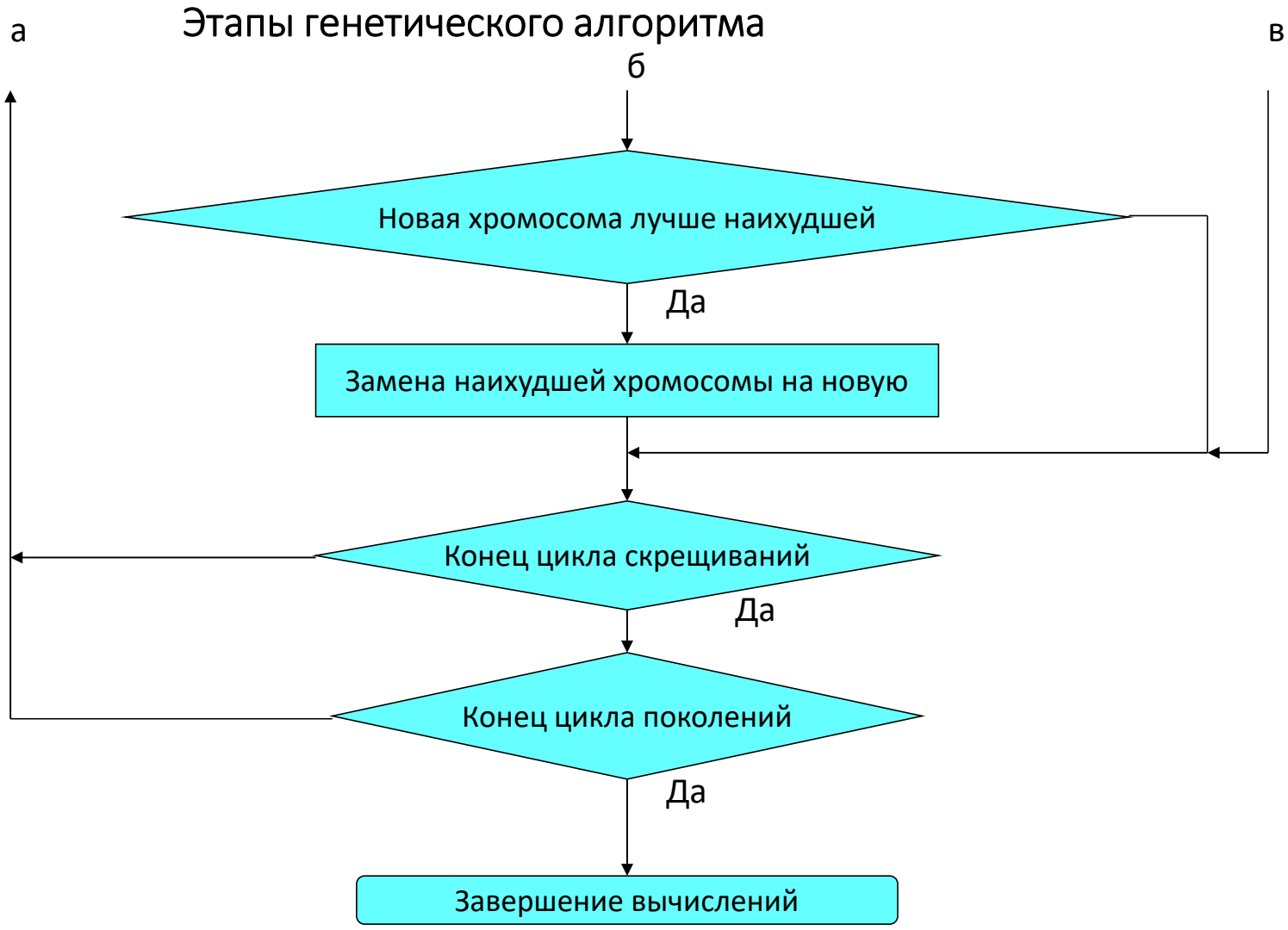
$$F_2 = (f_{2,1}(z_1, z_2) = z_1 + z_2, f_{2,2}(z_1, z_2) = z_1 \cdot z_2)$$



$$\Psi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Генетический алгоритм





Генетический алгоритм

Все методы символьной регрессии кодируют возможные решения, которыми являются математические выражения функции, специальным кодом и ищут оптимальное решение на пространстве этих кодов, при этом оценка возможного решения вычисляется в пространстве вещественных функций.

Поиск на пространстве кодов в отличие от поиска в векторном числовом пространстве, состоит в том, что метрика на пространстве кодов отличается от метрики пространства, в котором вычисляется значение целевого функционала.

Важнейшей особенностью генетического алгоритма для задач машинного обучения управления состоит в том, что он не использует при получении новых возможных решений арифметических операций. Эта особенность позволяет применять его для нечисловой оптимизации на пространстве кодов структур математических выражений.

Принцип малых вариаций базисного решения

Суть этого подхода состоит в том, что кодируется одно возможное решение, которое называем базисным. В сложных задачах целесообразно в качестве базисного решения использовать наиболее близкое к оптимальному по мнению исследователя или разработчика возможное решение.

Далее определяются малые вариации этого кода. При этом соблюдается условие, что любая малая вариация изменяет код так, что в результате малой вариации получается правильный код нового возможного решения.

Далее формируется код малой вариации. Малая вариация в данном случае рассматривается как оператор действующий в пространстве кодов базисного решения, поэтому код малой вариации во всех случаях представляет собой целочисленный вектор, содержащий информацию, необходимую для выполнения действий над кодом базисного решения согласно оператору малой вариации.

Возможные решения кодируются в виде упорядоченных мультимножеств кодов малых вариаций базисного решения. Все операции генетического алгоритма (кроссовера и мутации) выполняются на упорядоченных мультимножествах кодов малых вариаций базисного решения

Принцип малых вариаций базисного решения

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{тип вариации} \\ \text{номер строки} \\ \text{номер столбца} \\ \text{новое значение элемента} \end{array}$$

0 - добавление дуги

w_1 1 – изменение недиагонального элемента

2 – изменение диагонального элемента

3 - удаление дуги

$$\mathbf{w} = [0 \ 5 \ 6 \ 4]^T$$

$$\mathbf{w} \circ \Psi = \mathbf{w} \circ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$y = (e^{-(a \cdot x)}) \cdot (\cos((b \cdot x \cdot \cos(a \cdot x)) + c))$$

1^{ый} этап: решение задачи синтеза системы стабилизации

Разработаны новые вариационные методы машинного обучения на основе символьной регрессии и принципа малых вариаций для синтеза системы стабилизации робототехническими объектами, предложены уникальные типы малых вариаций и способы их кодирования:

- Метод сетевого оператора
- Вариационное генетическое программирование
- Вариационное аналитическое программирование
- Вариационное Декартово генетическое программирование
- Вариационное полное бинарное генетическое программирование
- Метод многослойного сетевого оператора

A. I. Diveev and E. Y. Shmalko, "Machine-Made Synthesis of Stabilization System by Modified Cartesian Genetic Programming," in *IEEE Transactions on Cybernetics*, vol. 52, no. 7, pp. 6627-6637, July 2022, doi: 10.1109/TCYB.2020.3039693.



2^{ой} этап: Задача оптимизации положения точек равновесия

На втором этапе решается следующая задача оптимального управления:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*)), \\ \mathbf{x}^* &\in X_1 \subseteq \mathbb{R}^n, \\ \mathbf{x}(0) &= \mathbf{x}^0, \\ \mathbf{x}(T) &= \mathbf{x}^f, \\ J &= \int_0^T f_0(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{x}^*)) dt \rightarrow \min_{\mathbf{x}^* \in X_0}.\end{aligned}$$

Необходимо найти функцию управления как функцию времени

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{v}^*(t),$$

такую, что система

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{v}^*(t),))$$

будет иметь частное решение $\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0)$, которое из данного начального условия \mathbf{x}^0 достигнет заданного конечного условия $\mathbf{x}(T, \mathbf{x}^0) = \mathbf{x}^f$, $T < t^+$, с оптимальным значением заданного критерия качества

$$J(\mathbf{v}^*(t)) = \int_0^T f_0(\mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0), \mathbf{g}(\mathbf{v}^*(t), \mathbf{x}(t, \mathbf{x}^0))) dt \rightarrow \min_{\mathbf{x}^* \in X_1}.$$

2^{ой} этап: Задача оптимизации положения точек равновесия

В общем случае функция управления \mathbf{x}^* может быть некоторая функция времени $\mathbf{x}^* = \mathbf{v}^*(t)$.

В прикладных задачах диссертационного исследования, управление рассматривается в форме кусочно-постоянной функции времени путем разбиения временного отрезка $[0; t^+]$ на интервалы Δt . Таким образом, в задаче оптимального управления необходимо найти значения координат точки устойчивости для каждого интервала через определение оптимального значения вектора параметров \mathbf{q}^* , доставляющего минимум функционалу качества

$$\mathbf{v}^*(t) = \mathbf{q}^{*,j}, \text{ если } t \in [(j-1)\Delta t; j\Delta t), \quad j = 1, \dots, k,$$

где k - количество интервалов,

$$k = \left\lfloor \frac{t^+}{\Delta t} \right\rfloor + 1.$$

В таком случае, на втором этапе решаем задачу оптимального управления как задачу конечномерной оптимизации вектора параметров $\mathbf{q}^* = [\mathbf{q}^{*,1}, \dots, \mathbf{q}^{*,k}]^T$.

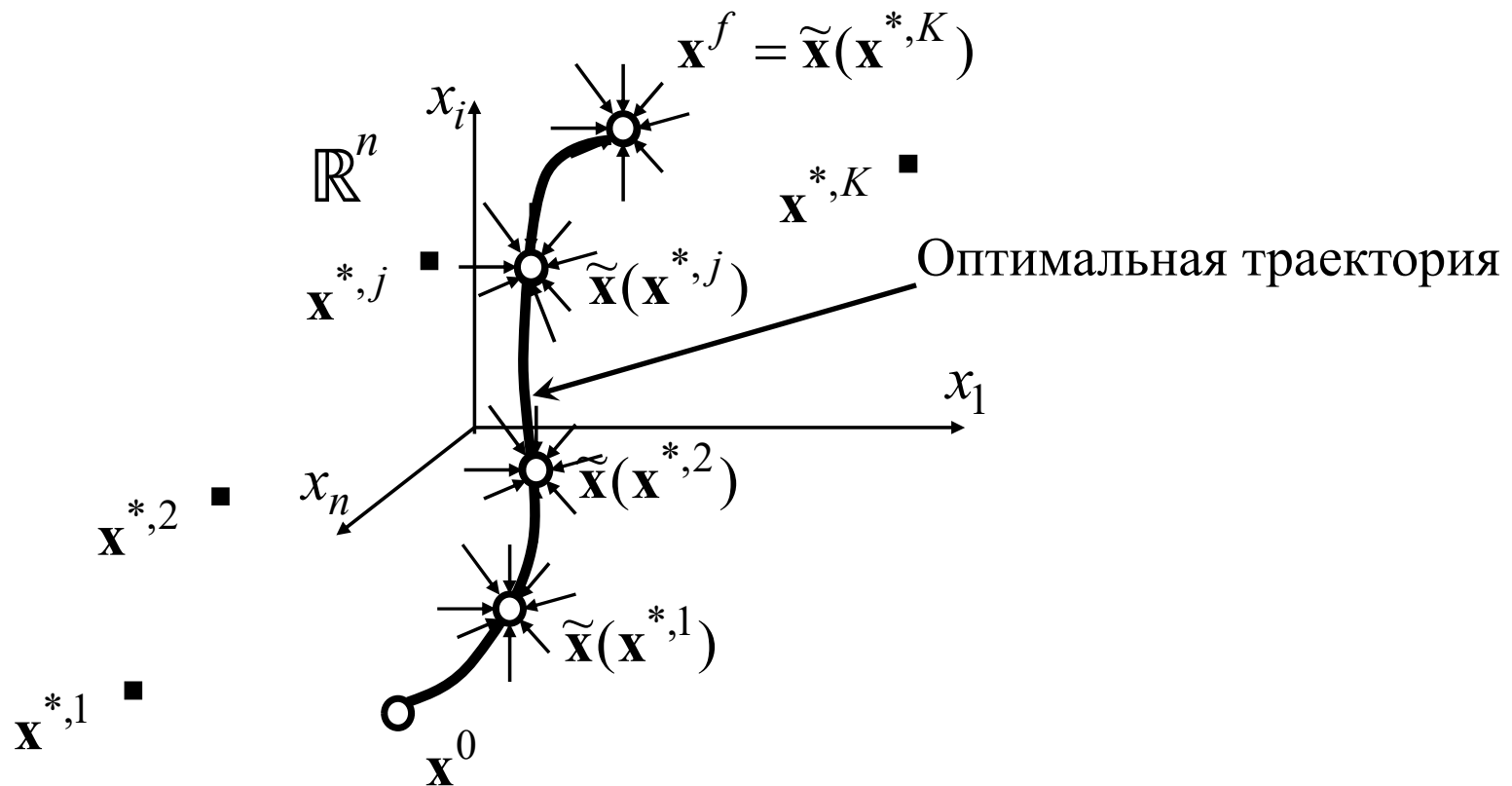
Методы 2го этапа

Применяемый в задаче оптимального управления функционал в общем случае не является унимодальным на пространстве искомых параметров, особенно при наличии фазовых ограничений, в связи с чем обусловлены трудности применения классических градиентных подходов.

Сегодня все большее внимание завоевывают алгоритмы глобальной оптимизации, основанные на эволюционном или популяционном поиске. Эволюционные алгоритмы не требуют дифференцируемости функции, а также способны широко исследовать пространство поиска и находить глобальный минимум с большой вероятностью.

Представленные подходы позволяют гарантированно получать решения, близкие к оптимальным, даже в задачах со сложным пространством поиска при отсутствии условий унимодальности и выпуклости функционала. Причем задача оптимального размещения точек равновесия может решаться непосредственно на борту объекта.

Принцип синтезированного оптимального управления



Научная новизна

1. Сформулирован новый принцип синтезированного оптимального управления.

Согласно принципу синтезированного оптимального управления, решение задачи оптимального управления производится для объекта стабилизированного относительно точки равновесия в пространстве состояний. Разработанный принцип синтезированного оптимального управления автоматизирует процесс создания систем управления за счет внедрения универсальных технологий машинного обучения при использовании классических формулировок задач управления.

Научная новизна

2. Разработан подход двухэтапной реализации принципа синтезированного оптимального управления. Для этой цели первоначально решается задача синтеза управления, чтобы обеспечить устойчивость объекта относительно точки в пространстве состояний, а затем решается задача оптимального управления. Оптимальное управление реализуется за счет оптимального изменения положения устойчивой точки равновесия. Представлены основные преимущества принципа синтезированного оптимального управления. Продемонстрирована универсальность предлагаемого подхода и его применимость к различным задачам оптимального управления и различным объектам управления.

Научная новизна

3. Приведено обоснование применения принципа синтезированного управления для получения решения задачи оптимального управления, обладающего свойством реализуемости за счет обеспечения в каждый момент времени существования у объекта устойчивой точки равновесия

4. Разработаны новые численные методы реализации этапов синтезированного оптимального управления. Создание системы управления, согласно разработанному подходу, происходит автоматически средствами машинного обучения, что позволяет уменьшить объем ручного проектирования при создании систем управления.

Для решения задачи синтеза управления и обеспечения устойчивости объекта используется машинное обучение методом символьной регрессии.

Для решения задачи глобальной оптимизации при определении оптимального положения точек равновесия используются специально отобранные эволюционные алгоритмы.

Научная новизна

5. В рамках реализации этапов принципа синтезированного оптимального управления разработаны новые вариационные методы машинного обучения на основе символьной регрессии для синтеза системы стабилизации робототехническими объектами, предложены уникальные типы малых вариаций и способы их кодирования. Разработаны программные комплексы их реализации.

Экспериментальная часть (пример 1)

Математическая модель робота:

где $\mathbf{x} = [x \ y \ \theta]^T$ - вектор состояний, $\dot{x} = 0.5(u_1 + u_2) \cos(\theta)$
 $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T$ - вектор управлений, $-10 = u_i^- \leq u_i \leq u_i^+ = 10$, $\dot{y} = 0.5(u_1 + u_2) \sin(\theta)$ (1)
 $\dot{\theta} = 0.5(u_1 - u_2)$

Заданы начальные условия $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ (2)

Терминальные условия $\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f = [10 \ 10 \ 0]^T$ (3)

Фазовые ограничения $\phi_i(\mathbf{x}) = r_i - \sqrt{(x_1 - x_{\{1,i\}})^2 + (x_2 - x_{\{2,i\}})^2} \leq 0$ (4)

$$i = 1, 2, r_1 = r_2 = 2.5, x_{\{1,1\}} = 2.5, x_{\{2,1\}} = 2.5, x_{\{1,2\}} = 7.5, x_{\{2,2\}} = 7.5.$$

Функционал качества учитывает общее время, точность достижения терминальных условий, и штраф за нарушение терминальных условий:

$$J_1 = t_f + p_1 \sum_{\{i=1\}}^2 \int_0^{t_f} \vartheta(\phi_i(\mathbf{x})) dt + p_2 \|\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}^f\| \rightarrow \min$$
 (5)

где $p_1 = 3, p_2 = 1, \vartheta(a)$ – ступенчатая функция Хевисайда.

Синтезированное оптимальное управление

1^{ый} этап:
решена задача синтеза
системы стабилизации
методом сетевого
оператора.

При расчетах были заданы следующие параметры: ограничения на управление $-10 \leq u_i \leq 10$, $i = 1, 2$, целевая точка стабилизации $\mathbf{x}^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T = [0 \ 0 \ 0]^T$, область начальных положений определена сеткой из 26 положений

$$\begin{aligned} \bar{X}_0 = & \left\{ \left[-2.5 \ -2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[-2.5 \ -2.5 \ 0 \right]^T, \left[-2.5 \ -2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[-2.5 \ 0 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[-2.5 \ 0 \ 0 \right]^T, \left[-2.5 \ 0 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \right. \\ & \left[-2.5 \ 2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[-2.5 \ 2.5 \ 0 \right]^T, \left[-2.5 \ 2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ -2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ -2.5 \ 0 \right]^T, \\ & \left[0 \ -2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ 0 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ 0 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ 2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[0 \ 2.5 \ 0 \right]^T, \left[0 \ 2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \\ & \left[2.5 \ -2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[2.5 \ -2.5 \ 0 \right]^T, \left[2.5 \ -2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[2.5 \ 0 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[2.5 \ 0 \ 0 \right]^T, \\ & \left. \left[2.5 \ 0 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[2.5 \ 2.5 \ -\frac{5\pi}{12} \right]^T, \left[2.5 \ 2.5 \ 0 \right]^T, \left[2.5 \ 2.5 \ \frac{5\pi}{12} \right]^T \right\}. \end{aligned}$$

Синтезированное оптимальное управление

1^{ый} этап:

Получена следующая функция управления:

$$u_i = \begin{cases} u_i^+ & \text{if } \tilde{u}_i > u_i^+ \\ u_i^- & \text{if } \tilde{u}_i < u_i^- \\ \tilde{u}_i & \text{otherwise} \end{cases}, \quad i = 1, 2,$$

where

$$\tilde{u}_1 = A^{-1} + \sqrt[3]{A} + \operatorname{sgn}(q_3(\theta^* - \theta)) \exp(-|q_3(\theta^* - \theta)|) + \operatorname{sgn}(\theta^* - \theta) + \mu(B),$$

$$\tilde{u}_2 = \tilde{u}_1 + \sin(\tilde{u}_1) + \arctan(H) + \mu(B) + C - C^3,$$

$$A = \tanh(D) + (B + \sqrt[3]{x^* - x})^3 + C + \operatorname{sgn}(q_3(\theta^* - \theta)),$$

$$B = G + (\operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y)) \times \exp(-|\operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y)|) + \sin(x^* - x) + \tanh(G) + x^* - x,$$

$$C = G + \operatorname{sgn}(\operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y)) \times \exp(-|\operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y)|) + \sin(x^* - x),$$

$$D = H + C - C^3 + \operatorname{sgn}(q_1(x^* - x)) + \arctan(q_1) + \vartheta(\theta^* - \theta),$$

$$G = \operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y) + q_3(\theta^* - \theta) + \tanh(q_1(x^* - x)),$$

$$H = \arctan(q_1(x^* - x)) + \operatorname{sgn}(W) \sqrt{|W|} + W + V + 2\operatorname{sgn}(W + \tanh(V)) + \sqrt[3]{W + \tanh(V)} + \sqrt[3]{x^* - x} +$$

$$\operatorname{sgn}(x^* - x) \sqrt{|x^* - x|} + \sqrt[3]{x^* - x} + \tanh(V),$$

$$W = \operatorname{sgn}(x^* - x) + \operatorname{sgn}(q_2(y^* - y))\operatorname{sgn}(x^* - x) \tanh((x^* - x)),$$

$$V = q_3(\theta^* - \theta) + \operatorname{sgn}(x^* - x)q_2(y^* - y) + \tanh((x^* - x)),$$

$$\mu(a) = \max\{0, a\}, \quad \tanh(a) = \frac{1 - \exp(-2a)}{1 + \exp(-2a)},$$

$$q_1 = 11.7282, \quad q_2 = 2.0271, \quad q_3 = 4.0222.$$

Синтезированное оптимальное управление

1^{ый} этап:

Получена следующая
функция управления:

```
PsiBasc:array [0..23,0..23] of integer=
((0,0,0,0, 0,0,1,10, 0,0,12,1, 15,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,10),
(0,0,0,0, 0,0,0,1, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,9, 0,0,0,0, 10,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,13, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,1, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,2,0, 0,8,0,0, 0,4,13,10, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,2, 0,1,19,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

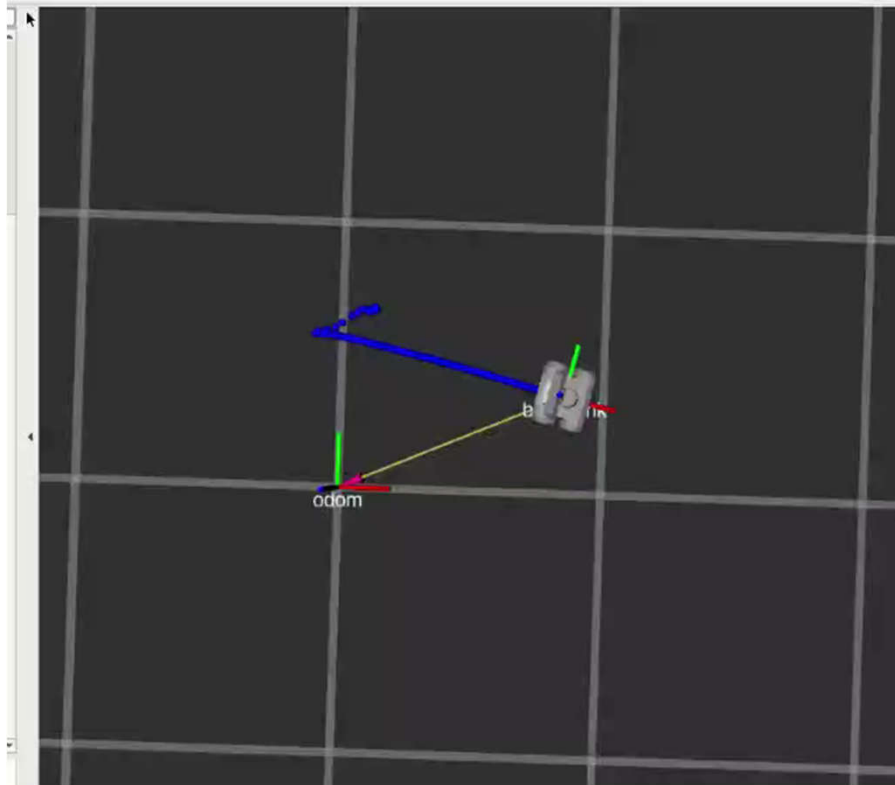
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 2,1,0,0, 0,0,0,0, 12,0,0,0, 19,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,8, 0,1,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,1, 0,0,4,23, 1,0,0,0, 0,0,0,23),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 1,10,10,0, 0,0,0,23, 0,16,0,16),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,1,15,0, 14,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,1, 0,0,0,0, 0,0,0,13),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 8,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,1,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,2,1,0, 15,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,1, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 5,0,0,0),

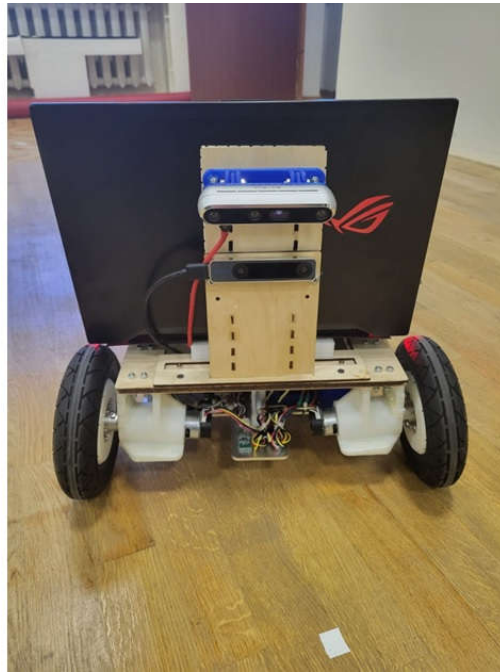
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,1,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,12),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,2,1),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1));
```

Синтезированное оптимальное управление



Матрица сетевого оператора позволяет вычислять значения управлений в зависимости от значений состояния объекта в каждый момент времени, согласно заложенному алгоритму. Для реализации вычислений функции управления, закодированной в виде матрицы сетевого оператора, непосредственно на борту объекта был разработан ROS-узел контроллера, который принимает на вход наземные координаты и цель движения робота, а на выходе формирует управляющие сигналы.

Бортовая реализация



Экспериментальная часть (пример 1)

2^{ой} этап:

Поиск оптимального
расположения точек
равновесия

На втором этапе, согласно принципу синтезированного оптимального управления, ищется функция управления $\mathbf{x}^*(t)$. Эта функция управления ищется в виде кусочно-постоянной функции времени. Ось времени была разбита на $K = 20$ интервалов и по критерию (5) был найден вектор $\mathbf{x}^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$. Нужно было найти 30 параметров. PSO также использовался в качестве алгоритма оптимизации.

В результате было найдено следующее решение:

$$\mathbf{x}^{\{*,1\}} = [5.0847 \ 1.220 \ 1.57]^T, \mathbf{x}^{\{*,2\}} = [11.5002 \ 5.6125 \ -1.5700]^T,$$

$$\mathbf{x}^{\{*,3\}} = [12.0 \ 3.0270 \ -0.3734]^T, \mathbf{x}^{\{*,4\}} = [6.9277 \ 2.5522 \ 1.57]^T,$$

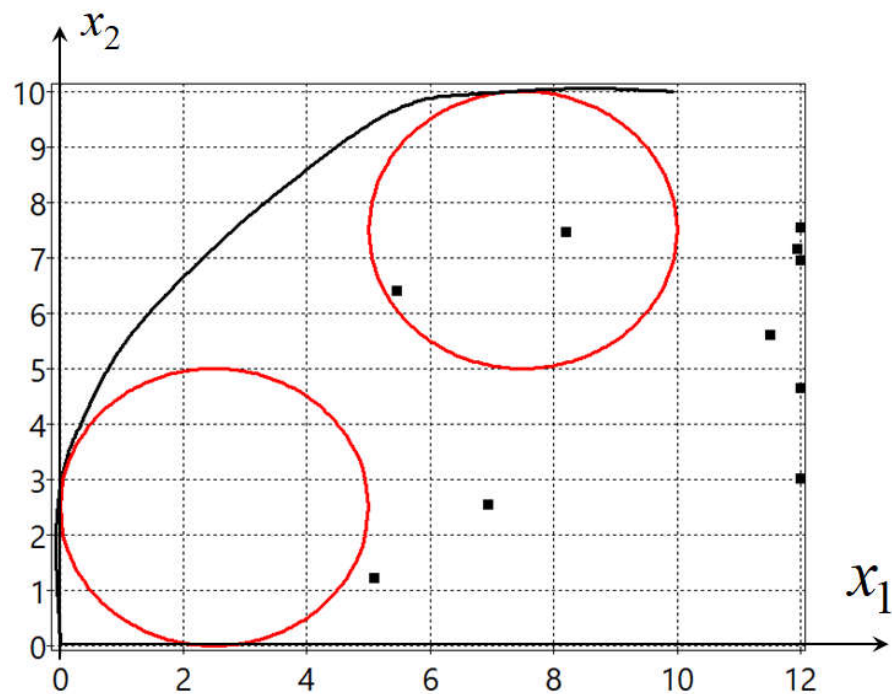
$$\mathbf{x}^{\{*,5\}} = [5.463 \ 6.4091 \ 0.8701]^T, \mathbf{x}^{\{*,6\}} = [11.9407 \ 7.1619 \ 0.4311]^T,$$

$$\mathbf{x}^{\{*,7\}} = [8.1942 \ 7.4549 \ 1.5687]^T, \mathbf{x}^{\{*,8\}} = [12.0 \ 4.6526 \ 1.570]^T,$$

$$\mathbf{x}^{\{*,9\}} = [12.0 \ 7.5388 \ 1.4516]^T, \mathbf{x}^{\{*,10\}} = [12.0 \ 6.9478 \ 1.570]^T.$$

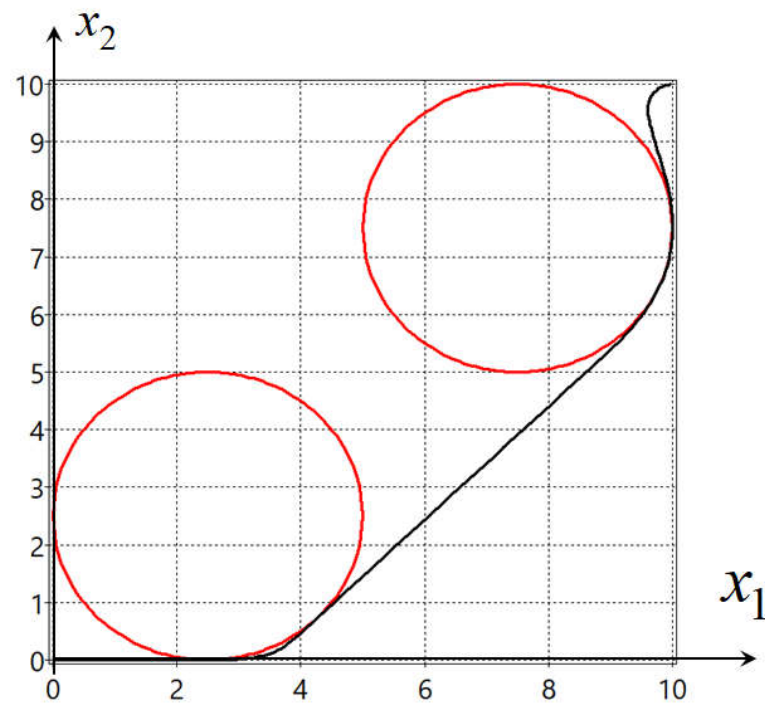
Экспериментальная часть (пример 1)

$J = 2,00$



Синтезированный метод

$J = 2,004$



Прямой метод

Оценка реализуемости полученных управлений

введем возмущения в модель

$$\dot{x}_1 = 0.5(u_1 + u_2)\cos(x_3) + b\xi(t),$$

$$\dot{x}_2 = 0.5(u_1 + u_2)\sin(x_3) + b\xi(t),$$

$$\dot{x}_3 = 0.5(u_1 - u_2) + b\xi(t),$$

и в начальные условия

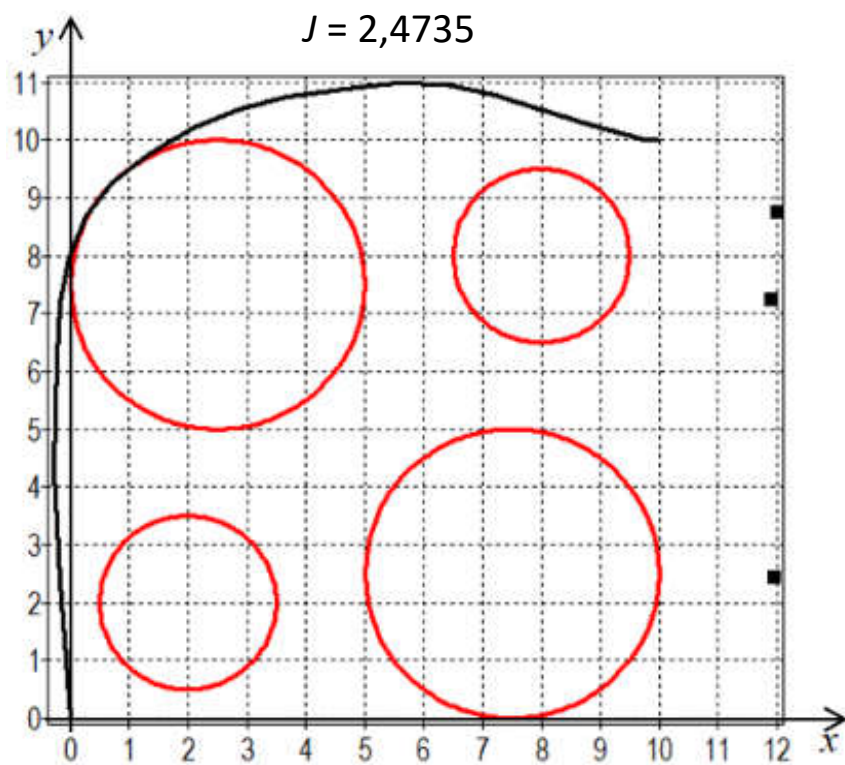
$$x_i(0) = x_i^0 + b_0\xi(t), \quad i = 1,2,3.$$

b	b_0	J_1	$\sigma(J_1)$	J_2	$\sigma(J_2)$
0.05	0	2.2625	0.4417	2.0977	0.0630
0	0.05	2.9076	1.1029	2.4359	0.2942
0.05	0.05	3.9642	1.3065	2.312	0.2880
0.1	0	2.1824	0.2824	2.1218	0.0698
0	0.1	3.459	1.0014	2.4914	0.2993
0.1	0.1	4.4154	1.5939	2.4932	0.4659

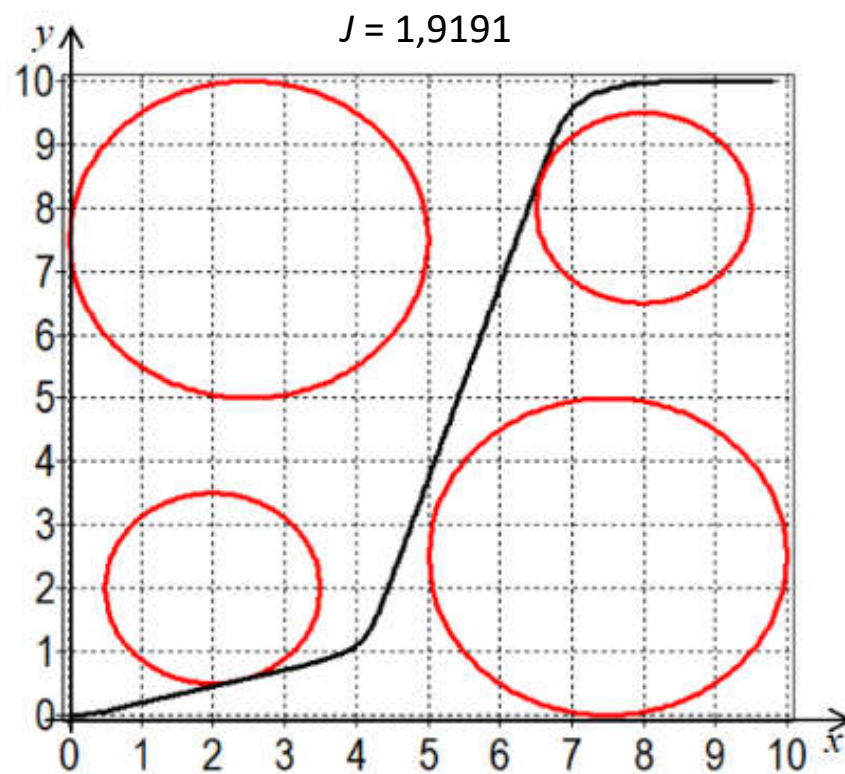
прямой

синтезированный

Экспериментальная часть (пример 2)



Синтезированный подход

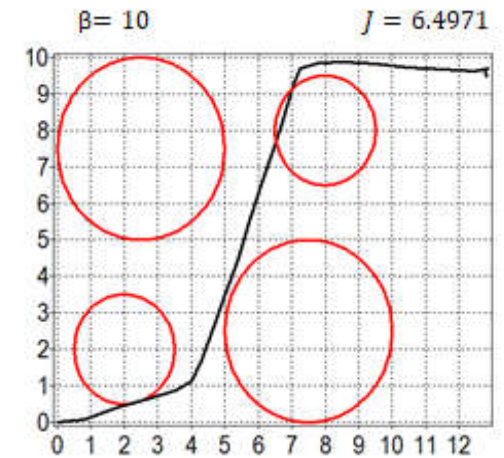
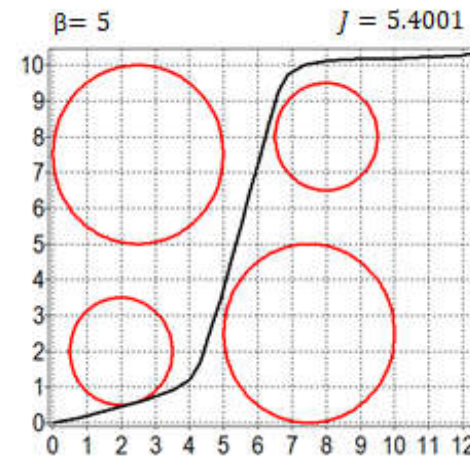
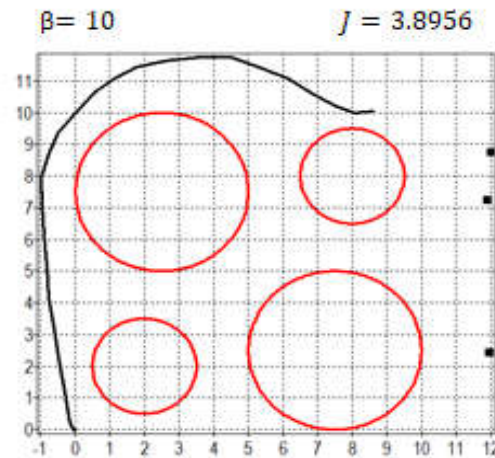
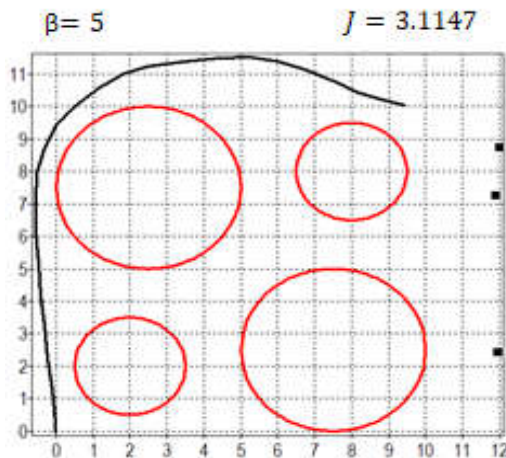


Прямой подход

Влияние неопределенностей в модели

$$\begin{aligned}\dot{x}_j &= 0.5(u_{1,j} + u_{2,j}) \cos(\theta_j) + \beta \xi(t), \\ \dot{y}_j &= 0.5(u_{1,j} + u_{2,j}) \sin(\theta_j) + \beta \xi(t), \\ \dot{\theta}_j &= 0.5(u_{1,j} - u_{2,j}) + \beta \xi(t),\end{aligned}$$

β	Синтезированный подход	Прямой подход
0	2.4865	2.5835
5	2.6742	6.7678
10	4.3449	7.4849



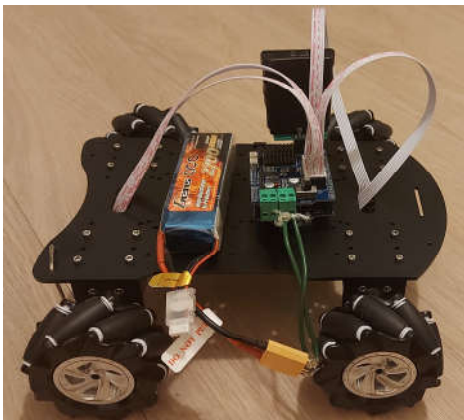
Синтезированный подход

Прямой подход

Экспериментальная часть (пример 3)

Мобильный робот с Mecanum колесами

Робот со специальными колесами mecanum может менять направление движения без поворота корпуса.



- + возможность работы в ограниченном пространстве
- + большая маневренность

Мобильный робот с тесаним-колесами

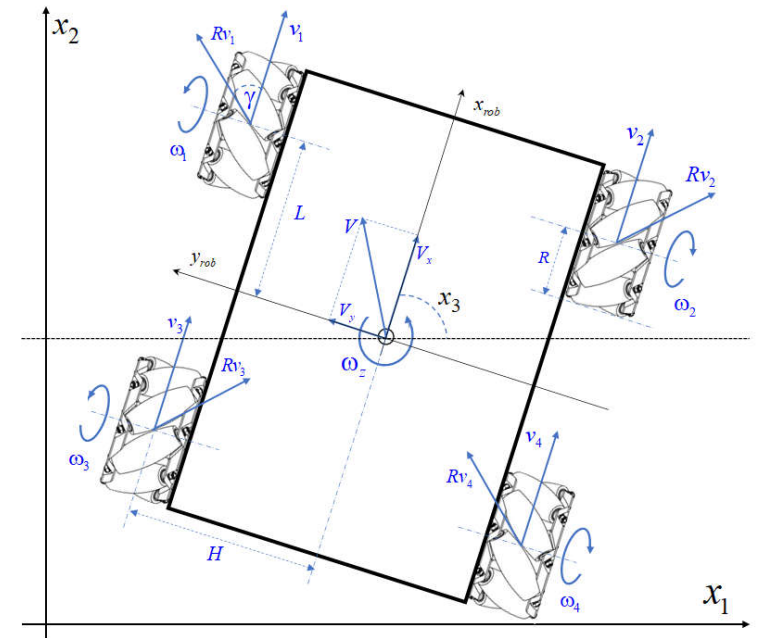
Кинематическая модель объекта:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= 0.25((u_1 + u_4)(\cos(x_3) + \sin(x_3)) + (u_2 + u_3)(\cos(x_3) - \sin(x_3))), \\ \dot{x}_2 &= 0.25((u_1 + u_4)(\sin(x_3) - \cos(x_3)) + (u_2 + u_3)(\cos(x_3) + \sin(x_3))), \\ \dot{x}_3 &= \frac{0.25(-u_1 + u_2 - u_3 + u_4)}{L_0 + H_0}, \\ \dot{x}_4 &= 0.25((u_5 + u_8)(\cos(x_6) + \sin(x_6)) + (u_6 + u_7)(\cos(x_6) - \sin(x_6))), \\ \dot{x}_5 &= 0.25((u_5 + u_8)(\sin(x_6) - \cos(x_6)) + (u_6 + u_7)(\cos(x_6) + \sin(x_6))), \\ \dot{x}_6 &= \frac{0.25(-u_5 + u_6 - u_7 + u_8)}{L_0 + H_0}, \end{aligned}$$

где $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ - фазовые координаты 1го и 2го роботов

$u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$ - компоненты вектора управления роботов, $u_i = R\omega_i, i = 1, 2, 3, 4$.

L_0, H_0 - геометрические параметры роботов, $L_0 = 2, H_0 = 1$.



Постановка задачи управления

Управление имеет ограничения

$$-10 = u_i^- \leq u_i \leq u_i^+ = 10, \quad i = 1, \dots, 8,$$

Зададим начальное положение объектов

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 = [0 \ 0 \ 0 \ 10 \ 10 \ 0]^T,$$

и целевое терминальное положение

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f = [10 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

где t_f – время достижения терминального состояния,

$$t_f = \begin{cases} t, & \text{если } t < t^+ \text{ и } \|\mathbf{x}^f - \mathbf{x}(t_f)\| < \varepsilon_0, \\ t^+, & \text{иначе,} \end{cases}$$

$$\varepsilon_0 = 0.05, t^+ = 1.9.$$

Качество управление определяется по функционалу, который включает в себя время, штрафы за несоблюдение фазовых ограничений и точность достижения конечного состояния.

$$J_1 = t_f + p_1 \|\mathbf{x}(t_f) - \mathbf{x}^f\| + \sum_{\{i=1\}}^K p_2 \int_0^{t_f} \vartheta(\phi_i(\mathbf{x})) dt + p_3 \int_0^{t_f} \vartheta(\chi(\mathbf{x})) dt \rightarrow \min,$$

где p_1, p_2, p_3 – весовые коэффициенты, $p_1 = 1, p_2 = 3, p_3 = 3, i = 1, \dots, K, K = 8, \vartheta(a)$ – функция Хевисайда

Фазовые ограничения имели следующие параметры:

$$\phi_i(\mathbf{x}) = r_i - \sqrt{\{(x_1) - x_{1,i}\}^2 + (x_2 - x_{2,i})^2}, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

$$\phi_i(\mathbf{x}) = r_{i-4} - \sqrt{\{(x_4) - x_{1,i-4}\}^2 + (x_5 - x_{2,i-4})^2}, \quad i = 5, 6, 7, 8,$$

$$\chi(\mathbf{x}) = r_0 - \sqrt{\{(x_1 - x_4)^2 + (x_2 - x_5)^2\}},$$

$$r_1 = 2, \quad r_2 = 2.5, \quad r_3 = 2.5, \quad r_4 = 2, \quad x_{1,1} = 2, \quad x_{2,1} = 2, \quad x_{1,2} = 8, \\ x_{2,2} = 2, \quad x_{1,3} = 2, \quad x_{2,3} = 8, \quad x_{1,4} = 8, \quad x_{2,4} = 8, \quad r_0 = 1.$$

Синтезированное оптимальное управление

1^{ый} этап:
Синтез системы
стабилизации.

Для численного синтеза системы стабилизации необходимо было достичь заданной терминальной точки $\mathbf{x}^* = [0 \ 0 \ 0]^T$ из 18 начальных положений

$$X_0 = \left[-5 + id_1 \quad -5 + jd_2 \quad -\frac{5\pi}{12} + kd_3 \right]^T,$$

где $d_1 = 5, d_2 = 10, d_3 = \frac{5\pi}{12}, i = 0,1,2, j = 0,1, k = 0,1,2$.

Необходимо найти такую функцию обратной связи, которая будет достигать заданного конечного положения из различных точек этой области с наименьшим значением критерия качества стабилизации

$$J = \max\{t_{f,1}, \dots, t_{f,K}\} + a_1 \sum_{i=1}^K \|\mathbf{x}^f - \mathbf{x}(t_{f,i}, \mathbf{x}^{0,i})\| \rightarrow \min,$$

где a_1 – весовой коэффициент, $t_{f,i}$ – время достижения заданного терминального положения из начального положения $\mathbf{x}^{0,i}$ из множества начальных положений $X_0 = \{\mathbf{x}^{0,1}, \dots, \mathbf{x}^{0,K}\}, i \in \{1, \dots, K\}$.

Так как роботы одинаковые, делаем синтез системы стабилизации для одного робота, и повторяем его для другого.

Синтезированное оптимальное управление

1ый этап:

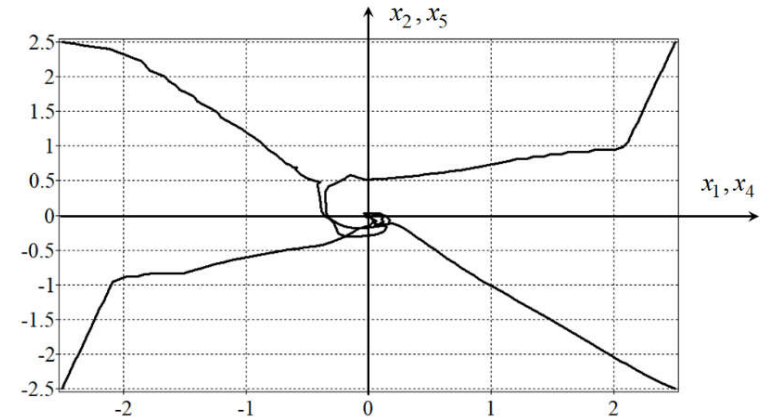
В результате была получена следующая функция управления:

$$u_{i+(j-1)2} = \begin{cases} u_{i+(j-1)2}^+, & \text{если } \tilde{u}_{i+(j-1)2} > u_{i+(j-1)2}^+, & i = 1,2, \\ u_{i+(j-1)2}^-, & \text{если } \tilde{u}_{i+(j-1)2} < u_{i+(j-1)2}^-, & j = 1,2 \\ \tilde{u}_{i+(j-1)2}, & \text{иначе,} \end{cases}$$

где значения $\tilde{u}_{i+(j-1)2}$ вычисляются по полученной матрице сетевого оператора

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 13 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 6 & 0 & 12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 & 23 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 12 & 6 & 5 & 10 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 10 & 18 & 23 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$q_1 = 11.89282, q_2 = 10.15381, q_3 = 15.25903,$$



Экспериментальная часть (пример 3)

2ой этап:

Оптимальное
расположение
равновесия

Точек

Управлением на втором этапе является вектор \mathbf{x}^* , определяющий положение точки устойчивого равновесия в пространстве состояний в каждый момент времени.

Для этого ось времени разбивается на интервалы, и на каждом интервале функция управления аппроксимируется кусочно-постоянной функцией. Значение интервала положим $\Delta t = 0.19$.

$$x_i^* = x_i(t_j) = q_{\{i+(j-1)6\}},$$

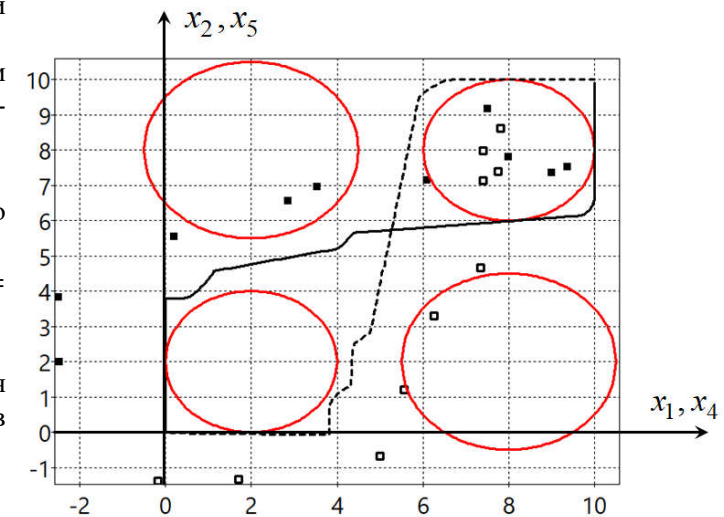
где $i = 1, \dots, 6$, $t_j = (j-1)\Delta t$, $j = 1, \dots, D$, D – количество интервалов, $D = t^+/\Delta t = 1.9/0.19 = 10$.

Итого необходимо было найти оптимальный вектор с $10 \cdot 6 = 60$ параметрами

$$\mathbf{q} = [q_1 \dots q_{60}]^T.$$

Для решения задачи был применен эволюционный алгоритм роя частиц. Были определены следующие значения искомым параметров управления:

$$\mathbf{q} = [-2.4862 \quad 2.0000 \quad 0.6231 \quad -2.1975 \quad -1.3799 \\ 0.7058 \quad -2.5000 \quad 1.9421 \quad 1.2094 \quad -0.6933 \quad -2.0088 \quad - \\ 0.3378 \quad 0.1956 \quad 1.7643 \quad 0.6378 \quad 1.4052 \quad -2.4611 \quad -0.3230 \\ 1.7245 \quad 2.0000 \quad 0.8872 \quad 1.6769 \quad -1.2832 \quad - \\ 0.4372 \quad 0.5624 \quad 1.9987 \quad -1.1601 \quad 1.9452 \quad -1.8859 \quad 0.7357 \\ 1.6876 \quad 1.5024 \quad 0.0997 \quad 1.1642 \quad -1.3678 \\ 0.5321 \quad 1.6945 \quad 1.9946 \quad 0.5580 \quad 0.7886 \quad - \\ 1.6027 \quad 1.3090 \quad 1.1795 \quad 1.5385 \quad -1.0798 \\ 0.6781 \quad -1.9975 \quad 0.0204 \quad -0.8939 \quad 1.0578 \quad -0.4106 \\ -2.1003 \quad -1.2544 \quad -1.3090 \\ -2.5000 \quad 1.0746 \quad -1.2216 \quad -2.0840 \quad -1.3344 \\ -0.8913]^T$$



Экспериментальная часть (пример 4)



Была сформулирована задача оптимального управления квадрокоптером со сложными фазовыми ограничениями в виде статических препятствий в форме столбов и особых указанных зон, так называемых «окон», через которые объект должен обязательно пролететь.

Система управления квадрокоптером

Математическая модель объекта управления имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_4, \\ \dot{x}_2 &= x_5, \\ \dot{x}_3 &= x_6, \\ \dot{x}_4 &= u_4(\sin(u_3)\cos(u_2)\cos(u_1) + \sin(u_1)\sin(u_2)), \\ \dot{x}_5 &= u_4\cos(u_3)\cos(u_1) - g_c, \\ \dot{x}_6 &= u_4(\cos(u_2)\sin(u_1) - \cos(u_1)\sin(u_2)\sin(u_3)),\end{aligned}\tag{1}$$

где g – ускорение свободного падения, $g = 9.80665$. Модель (1) описывает пространственное перемещение центра масс квадрокоптера за счет изменения его углов u_1 , u_2 , u_3 и суммарной тяги винтов u_4 .

Управление ограничено:

$$-\frac{\pi}{12} \leq u_1 \leq \frac{\pi}{12},$$

$$-\pi \leq u_2 \leq \pi,$$

$$-\frac{\pi}{12} \leq u_3 \leq \frac{\pi}{12},$$

$$0 \leq u_4 \leq 12.$$

Задано начальное положение квадрокоптера

$$\mathbf{x}^0 = [0 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

Определено целевое терминальное состояние:

$$\mathbf{x}(t_f) = \mathbf{x}^f = [10 \ 5 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0]^T.$$

Система управления квадрокоптером

На первом этапе решается задача пространственной стабилизации объекта с целью получения устойчивой точки равновесия в пространстве состояний. Для этого снова воспользуемся методом сетевого оператора. В результате была получена следующая система стабилизации

$$u_i = \begin{cases} u_i^+, & \text{если } \bar{u}_i \geq u_i^+, \\ u_i^-, & \text{если } \bar{u}_i \geq u_i^-, \\ \bar{u}_i & - \text{ иначе,} \end{cases} \quad i = 1,2,3,4,$$

где математические выражения для \bar{u}_i , $i = 1,2,3,4$, определяются как выходные элементы матрицы сетевого оператора, представленной на рис. 5.17 с параметрами $q_1 = 7.26733$, $q_2 = 11.46021$, $q_3 = 12.77271$, $q_4 = 3.20630$, $q_5 = 8.36914$, $q_6 = 5.50562$.

```

PsiBasc:array [0..35,0..35] of integer=
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,0,0, 0,0,0,9, 0,0,0,14, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,2,0,10, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,11, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 2,0,0,0, 0,0,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,2,0,0, 0,0,0,1, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,2,0, 0,0,0,0, 1,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,2, 0,0,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 2,0,0,1, 0,9,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,2,0,12,1,0,0,0, 0,0,0,11, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,0, 0,1,0,0, 0,12,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,17,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 0,14,0,0, 3,0,18,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,17,1,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,0,1, 13,0,0,0, 0,6,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,0, 1,0,0,0, 0,0,16,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 1,15,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,13),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,1,8,0, 0,0,0,0, 0,0,0,10),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,0, 4,8,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,6, 0,0,0,0, 0,0,0,13),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 1,0,0,0, 0,0,0,0),

(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,1,0,0, 0,0,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,0, 3,0,0,19),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,1, 0,0,19,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,1, 1,0,0,4),

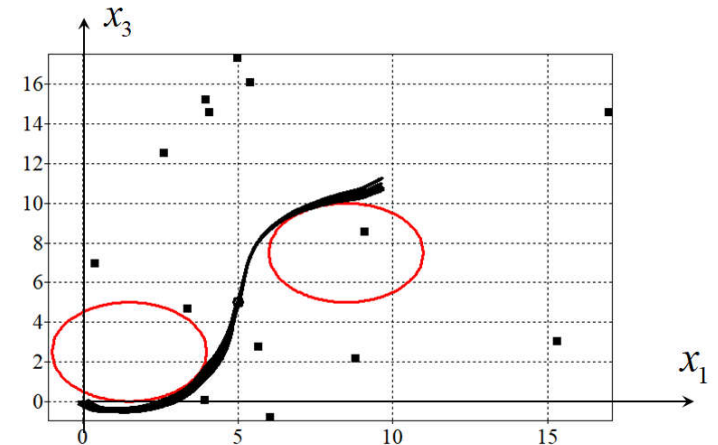
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 1,23,0,0),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,1,1,7),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,1,1),
(0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,0, 0,0,0,11)
    
```

Система управления квадрокоптером

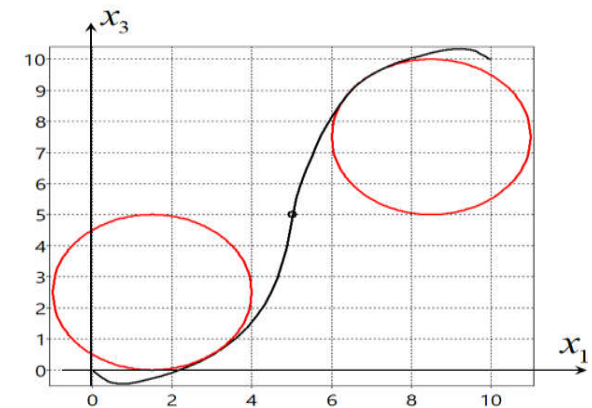
На втором этапе находились положения точек стабилизации для оптимального управления объектом. Точки переключались с временным интервалом 0,4 . На каждом интервале нужно было найти три координаты точки $\mathbf{x}^* = [x_1^* \ x_2^* \ x_3^*]^T$. Остальные координаты точек равны нулю. Так как число интервалов было $5.6/0.4 = 14$, то необходимо найти $14 \cdot 3 = 42$ параметра.

Принцип адаптивного синтезированного оптимального управления подразумевает учет возможных неопределенностей начальных условий уже на этапе поиска оптимального расположения точек равновесия. Поэтому при поиске параметров критерий качества учитывал набор начальных состояний, который определялся вариациями первых трех координат вектора состояния

$$x_i(0) = x_i^0 \pm 0.2, \quad i = 1, 2, 3.$$



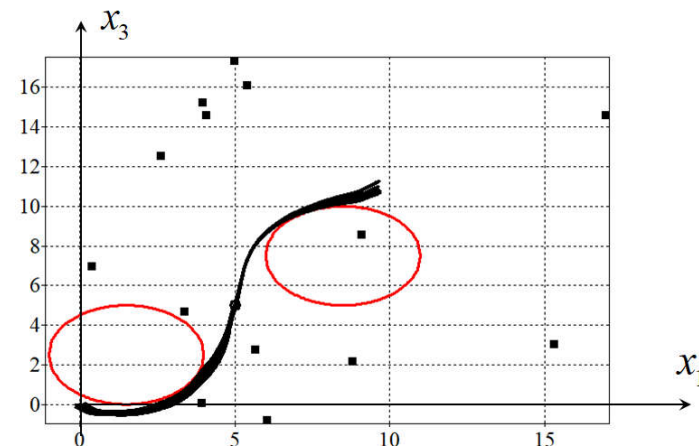
Синтезированное управление



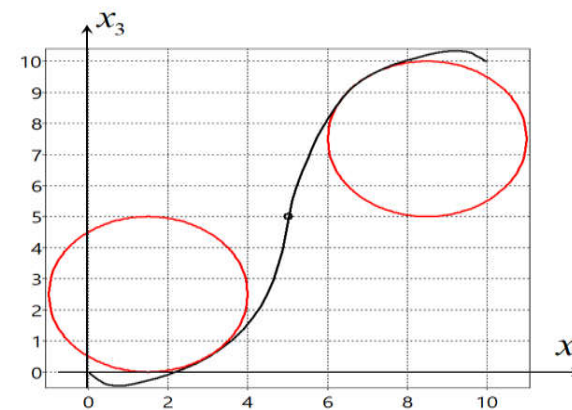
Прямой метод

Система управления квадрокоптером

№ эксперимента	Синтезированное управление	Кусочно-линейная аппроксимация
1	6.8426	13.2417
2	6.5790	10.8158
3	6.8764	9.8738
4	6.5982	16.4428
5	6.9731	11.1727
6	6.5661	8.7628
7	6.5809	13.4681
8	6.9493	13.2927
9	6.4154	16.3510
10	6.7282	10.5320
Среднее	6.7106	12.3948
Ср. кв. откл.	0.19031	2.61878



Синтезированное управление



Прямой метод

Основные положения выносимые на защиту:

- 1) Принцип синтезированного оптимального управления, реализующий управление на основе обеспечения устойчивости объекта управления относительно точки равновесия в пространстве состояний и оптимального расположения устойчивой точки равновесия. Предложенный подход автоматизирует процесс создания систем управления за счет применения технологий машинного обучения.
- 2) Двухэтапный подход разработки системы управления на основе принципа синтезированного оптимального управления, который обеспечивает нахождение управления как функцию от состояния объекта, но в отличие от общего синтеза является более адаптивным к изменениям условий функционирования.
- 3) Обоснование обеспечения свойства реализуемости, согласно которому ошибка состояния объекта по модели не увеличивается во времени, для систем управления, полученных на основе использования принципа синтезированного оптимального управления.

Основные положения выносимые на защиту:

4) Численные методы реализации этапов принципа синтезированного оптимального управления на основе интеллектуальных алгоритмов машинного обучения. На первом этапе решается задача синтеза системы стабилизации объекта управления с целью обеспечения его устойчивости относительно точки равновесия в пространстве состояний. Для решения этой задачи используется машинное обучение управления методами символьной регрессии. На втором этапе решается задача оптимального размещения точек равновесия. Для решения этой задачи используются эволюционные алгоритмы. Разработанные численные методы расчета синтезированного оптимального управления являются универсальными, не зависят от типа модели объекта управления и целевого функционала, что обеспечивает автоматизацию процесса построения реализуемой системы управления, причем задача оптимального размещения точек равновесия может решаться в режиме реального времени.

5) Разработанные новые вариационные методы машинного обучения на основе символьной регрессии и принципа малых вариаций для структурно-параметрического синтеза системы управления, позволяющие автоматизировать этап синтеза системы стабилизации. Методы имеют уникальные типы малых вариаций и способы их кодирования, а также специальный генетический алгоритм структурно-параметрического поиска функций, позволяющий реализовывать поиск одновременно и структуры функции управления, и ее параметров.

6) Программные комплексы, реализующие представленные в диссертационном исследовании методы машинного обучения для робототехнических объектов.

Основные результаты диссертации были получены в процессе выполнения работ по гранту Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, проект № 075-15-2020-799.

Разработанные в рамках диссертационного исследования методы были реализованы в виде программных модулей и используются в исследованиях, проводимых в Роботоцентре ФИЦ ИУ РАН по государственному заданию № 0063-2019-0010.

Результаты работы использованы

в Инжиниринговом центре «Автоматика и робототехника МГТУ им. Н.Э. Баумана»,

в ФАУ ЦАГИ,

в ООО «Научно-производственное объединение НаукаСофт»,

АО «ВПК «НПО Машиностроения»,

что подтверждается актами о внедрении.

.

Публикации автора по теме диссертации

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 90 работах, из них 1 монография, 12 публикаций в изданиях, включенных в перечень рецензируемых журналов, рекомендованных ВАК, 34 – в научных изданиях, индексируемых Web of Science и Scopus, из них 7 статей в изданиях Q1 и Q2 квартиля, 43 – в трудах конференций и изданиях, включенных в базу РИНЦ, получено 15 свидетельств на программы для ЭВМ.

Заключение

В работе решена важная научно-техническая проблема разработки автоматизированных методов создания систем управления робототехническими системами.

Представлены формальные постановки задач в терминах функционала качества, решаемые в робототехнике. Проведен анализ существующих методов решения задач оптимального управления робототехническими системами и существующих подходов к их практической реализации. Показаны трудности применения разомкнутых типов управлений, получаемых в результате решения задач оптимального управления и необходимость учета реального состояния объекта управления, позволяющая отрабатывать неопределенности, как начальных условий, так и модели объекта управления, используемой в расчетах оптимальных режимов управления. Показана необходимость и актуальность разработки современных универсальных численных подходов, позволяющих автоматизировать с помощью ЭВМ решение строгих математических задач управления.

Заключение

Сформулирован принцип синтезированного оптимального управления, обеспечивающий получение практически реализуемого решения задачи оптимального управления. Представлена математическая формулировка предложенного подхода на основе принципа синтезированного оптимального управления. Согласно введенному принципу, решение задачи оптимального управления производится для объекта стабилизированного относительно точки равновесия в пространстве состояний. Разработанный принцип синтезированного оптимального управления отвечает современным требованиям цифровой трансформации и роботизации, автоматизирует процесс создания систем управления за счет внедрения универсальных технологий машинного обучения при использовании классических формулировок задач управления.

Разработан двухэтапный подход реализации принципа синтезированного оптимального управления. Первоначально решается задача синтеза управления, чтобы обеспечить устойчивость объекта относительно точки в пространстве состояний, а затем решается задача оптимального управления. Оптимальное управление реализуется за счет оптимального изменения положения устойчивой точки равновесия.

Введено и формализовано обоснование применения принципа синтезированного управления для получения решения задачи оптимального управления, обладающего свойством реализуемости. Применение принципа оптимального синтезированного управления обеспечивает в каждый момент времени существование устойчивой точки равновесия. В окрестности точки равновесия фазовые траектории модели объекта управления сжимаются, и это свойство определяет реализуемость системы. Сжимаемость траекторий обеспечивает уменьшение расхождений между реальным объектом и его моделью при приближении к точке устойчивости.

Заключение

Разработаны новые численные методы реализации этапов синтезированного оптимального управления. На первом этапе решается задача синтеза системы стабилизации объекта управления с целью обеспечения его устойчивости относительно точки равновесия в пространстве состояний. Для решения этой задачи используется машинное обучение управления методами символьной регрессии. На втором этапе решается задача оптимального размещения точек равновесия. Для решения этой задачи используются эволюционные алгоритмы. Разработанные численные методы расчета синтезированного оптимального управления являются универсальными, не зависят от типа модели объекта управления и целевого функционала, что обеспечивает автоматизацию процесса построения реализуемой системы управления, причем задача оптимального размещения точек равновесия может решаться в режиме реального времени.

Заключение

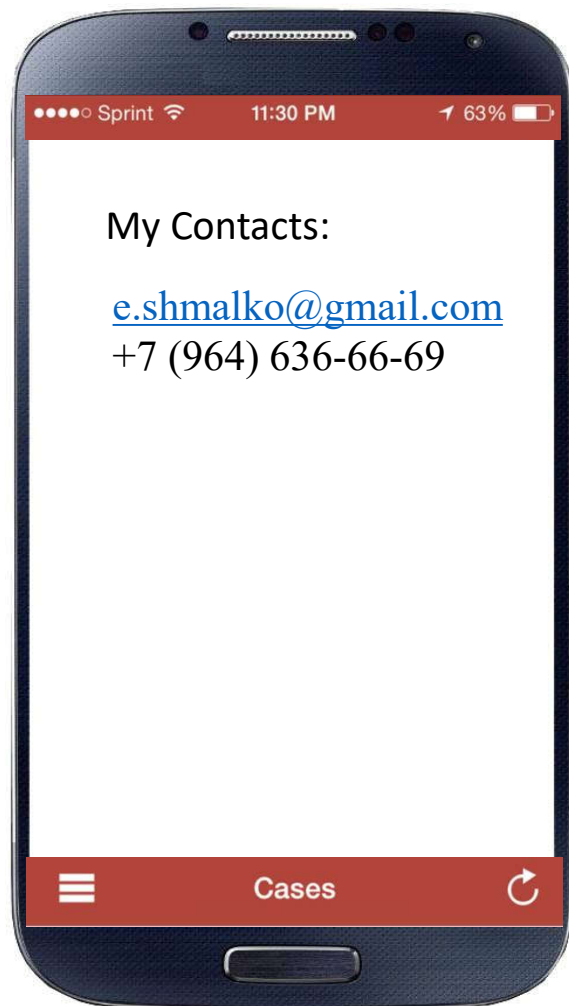
Введено **формальное представление машинного обучения управления** как поиска неизвестной функции управления, предложена методика машинного обоснования существования определенных свойств математической модели, в том числе машинно интерпретируемого свойства устойчивости точки в пространстве состояний. Для организации вычислений на пространстве элементарных функций и избегания вычислительных ошибок, таких как переполнение разрядной сетки, в работе вводится новое пространство машинно реализуемых функций.

Разработаны **программные комплексы** расчета синтезированного оптимального управления.

Решены различные задачи управления робототехническими системами, Представленные решения задач демонстрируют эффективность предложенного подхода к автоматической разработке систем управления на основе принципа синтезированного оптимального управления.

Преимущества такого подхода состоят в том, что все этапы разработки реализуются **автоматически на ЭВМ**, исходя из сформулированной математической постановки задачи. Подход является **универсальным и не ограничивается определенными типами моделей объектов** управления или функционалов качества управления. При этом за счет численного синтеза системы стабилизации на первом этапе удается нивелировать некоторые **неопределенности** моделей объектов управления и начальных условий.

Благодарю Вас за внимание



Шмалько Елизавета Юрьевна

ФИЦ ИУ РАН (Федеральный исследовательский центр
“Информатика и управление” Российской академии наук)

МГТУ им. Н.Э. Баумана, кафедры **СМ7**
(Робототехнические системы и мехатроника)