

*Санкт-Петербургский институт
информатики и автоматизации РАН*

Моделирование нестационарных и переходных режимов в нескольких задачах экодинамики

Задачи моделирования экодинамических процессов:

- 1) Моделирование сценариев деградации промысловых популяций – сравнительный анализ ситуаций коллапса запасов. Модификация ситуации восстановления после стремительного истощения запасов.
- 2) Динамика экстремальных популяционных явлений – анализ сценариев развития и завершения вспышек насекомых:

Пороговая вспышка *Cardiaspina albitextura* в Австралии;

Осцилляционная динамика *Choristoneura fumiferana* и пилообразные колебания *Malacosoma disstria* в лесах провинций Востока Канады.

Сценарии стремительных изменений

- 3) Модель катастрофической осцилляционной вспышки после бифуркации с разрушением среды.
- 4) Моделирование смены длительных периодов активности и депрессии у мотылька *Ostrinia nubilalis* с двумя сезонными поколениями.
- 5) Анализ сценариев протекания инвазионных процессов при вселении агрессивного вида.

Учтена вариативность фаз развития при сопротивлении биотической среды (запаздывающей реакции иммунитета). Сценарии прохождения бутылочного горлышка; Сохранения активного очага или полного уничтожения вселенца. Уравнение сценария перетекания острой инфекции в хроническую, но с возможностью летального исхода.

Гибридная Модель этапов онтогенеза

- Разработан подход взаимосвязанного моделирования меняющихся в онтогенезе темпов убыли и скорости роста особей поколения на интервале ювенальной уязвимости
- Метод позволят дифференцированно описывать изменения численности уравнениями для разных стадий развития с использованием непрерывно-дискретного представления времени, включать триггерные функционалы:

$$\tau = \left\{ \left\{ \text{Gap}_{pre_1}, [0, T_1], \text{Gap}_{post_1} \right\}_1, \dots, \left\{ \text{Gap}_{pre_n}, [T_{n-1}, T_n], \text{Gap}_{post_n} \right\}_n \right\}.$$

- Модель основывается на теории этапности развития у рыб и насекомых: действию скачкообразных изменений - переход на активное питание, смену экологической роли в среде.

Метод позволил описать различные экстремальные ситуации:

Вспышки с преодолением порога и коллапса запасов.

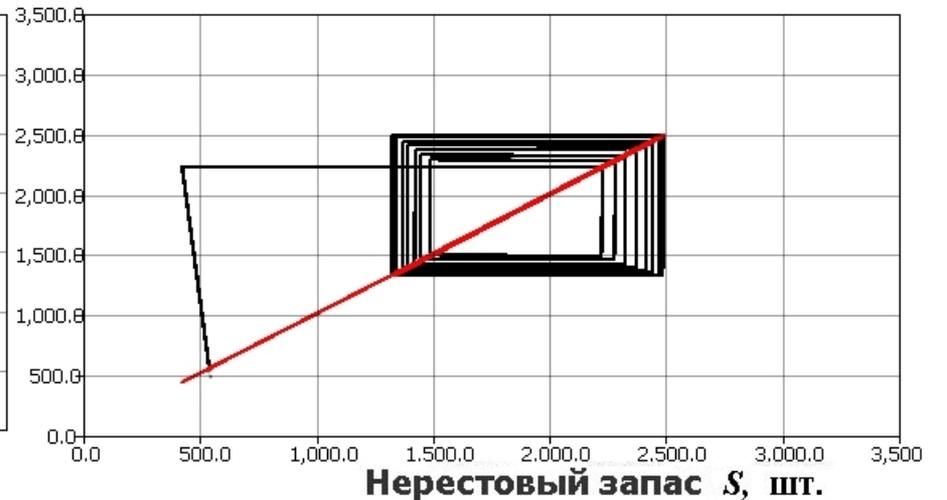
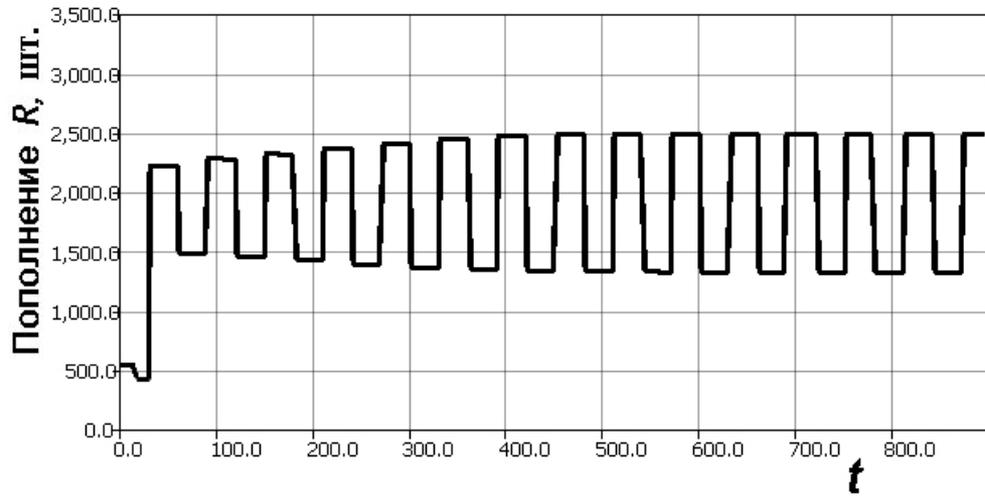
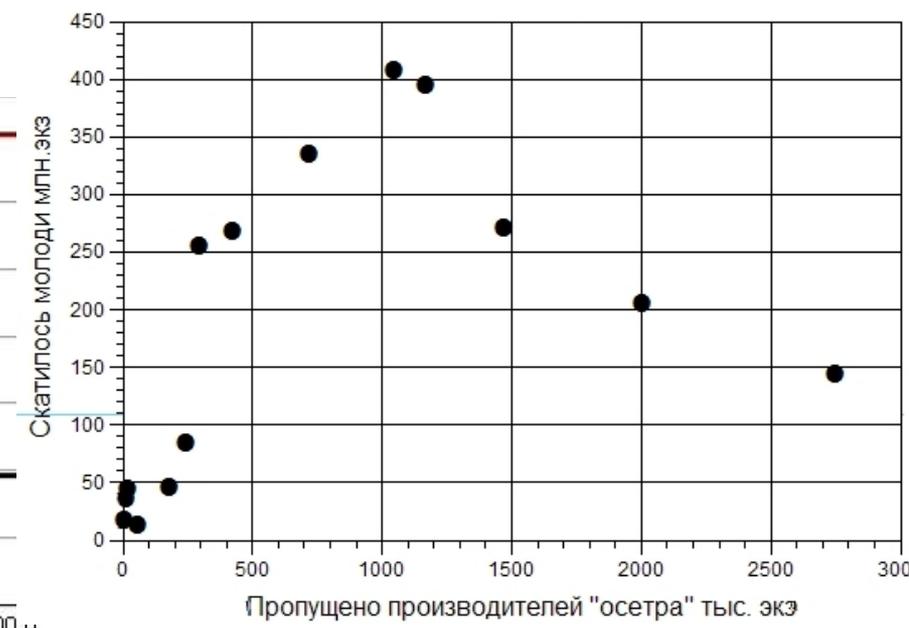
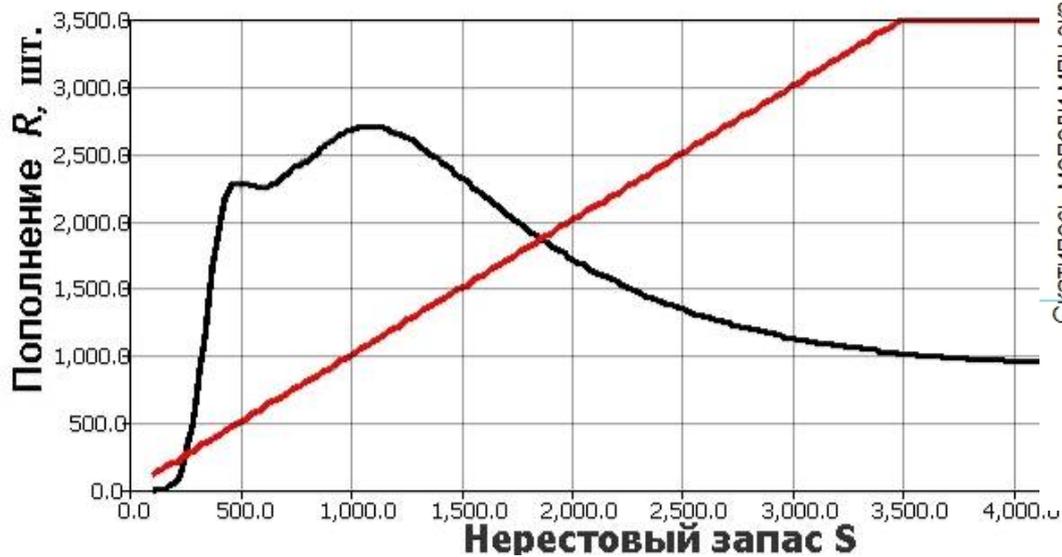
$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha w(t)N(t) + \theta(S)\beta)N(t), & 0 < t \leq \tau \\ -(\alpha_1 N(\tau)/w(\tau) + \beta)N(t), & t > \tau, \quad w(t) < w_{k1} \\ -(\alpha_2 w(t)N(t))N(t), & w_{k1} < w(t) < w_k, \end{cases}$$

Уравнение для текущей численности поколения $N(t)$ заменяется уравнением с дважды изменяющейся правой частью



Циклический режим $\psi^n(R^*) = \psi^{n+2}(R^*)$.

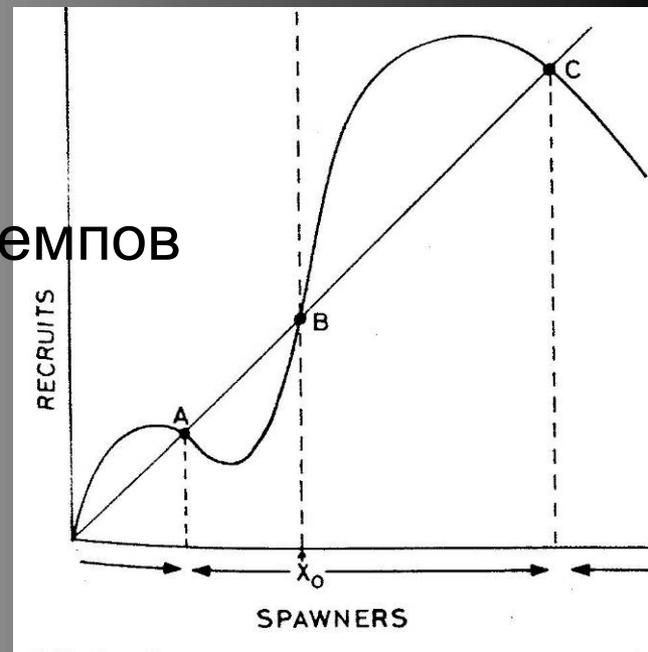
Модель исследована при реализации гибридного автомата.



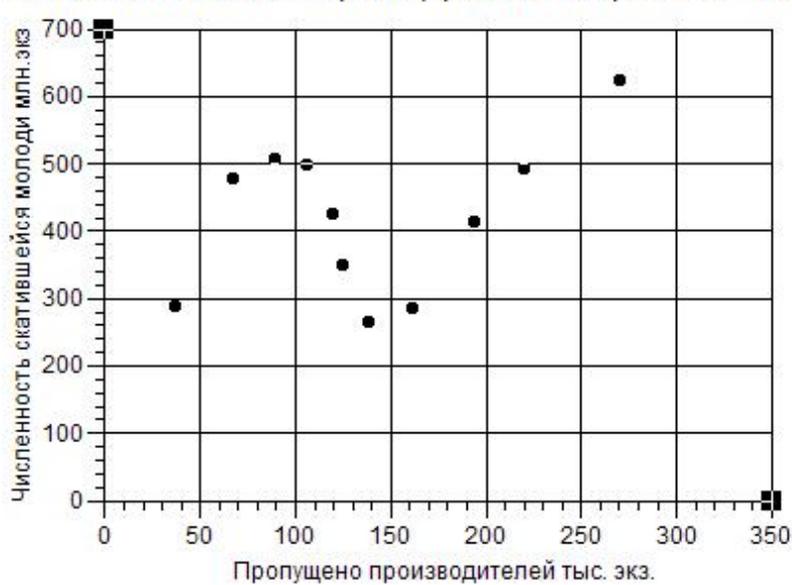
Гибридная модель с изменяющимися темпами размерного развития

Опосредованное описание изменения выживаемости молоди при колебании темпов её роста. Ведет к сложным эффектам

$$\frac{dw(t)}{dt} = \begin{cases} \rho, & t < \tau \\ \zeta \frac{g}{\sqrt{N}} w(t), & t > \tau, w(t) < w_1 \\ \eta \sqrt{w(t)^2} - \vartheta w(t), & w(t) > w_1, t < T \end{cases}$$

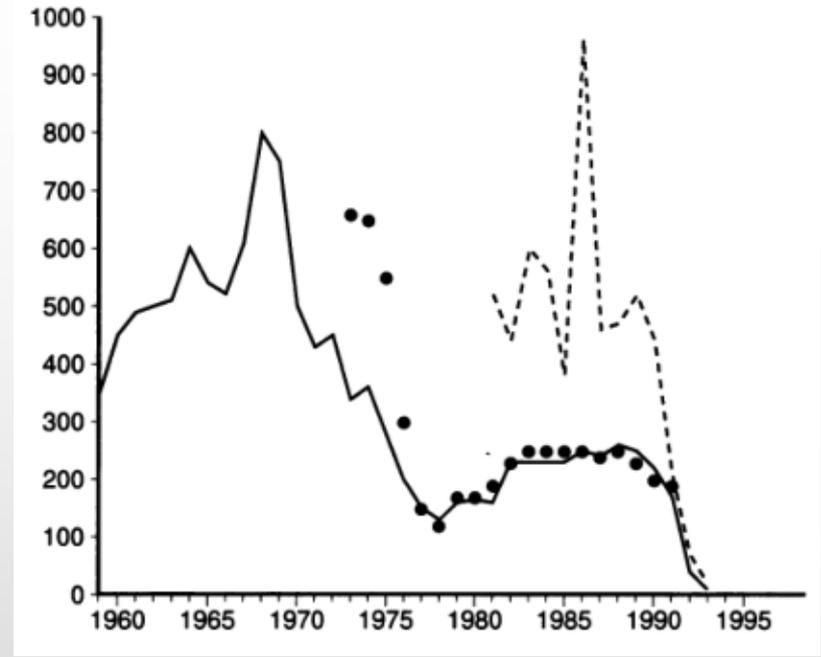
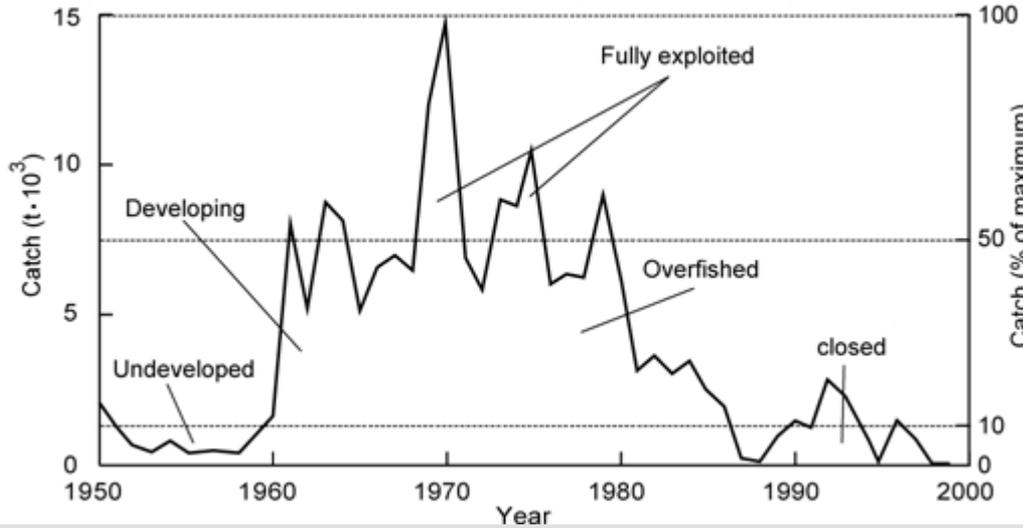


Запас-пополнение севрюги (среднее по трём соседним)



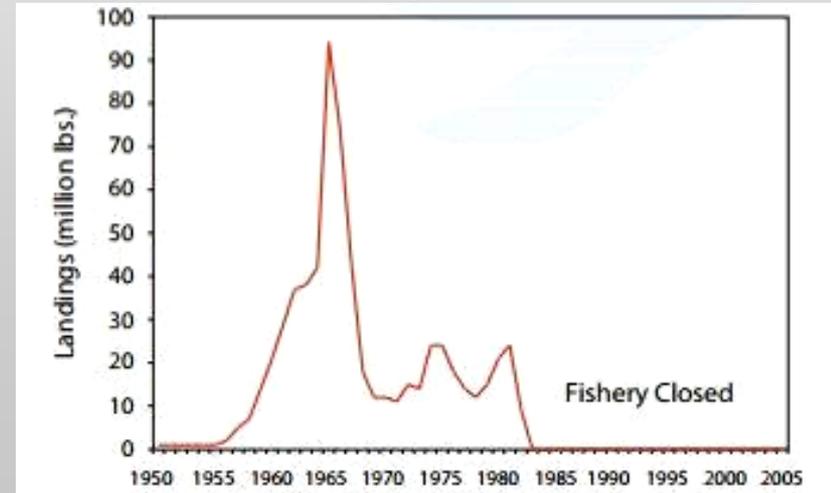
Коллапс - нелинейный сценарий

Проблема предсказания скорого краха.
Научно обоснованная стратегия промысла



Треска Ньюфаундленд 1992

В сценариях коллапса разных биоресурсов выделены общие моменты динамики. Состояние запаса после *перелома* характеризуется неопределенностью и/или стохастическими колебаниями. Сценарий восстановления локальной группы носит **вероятностный характер**.



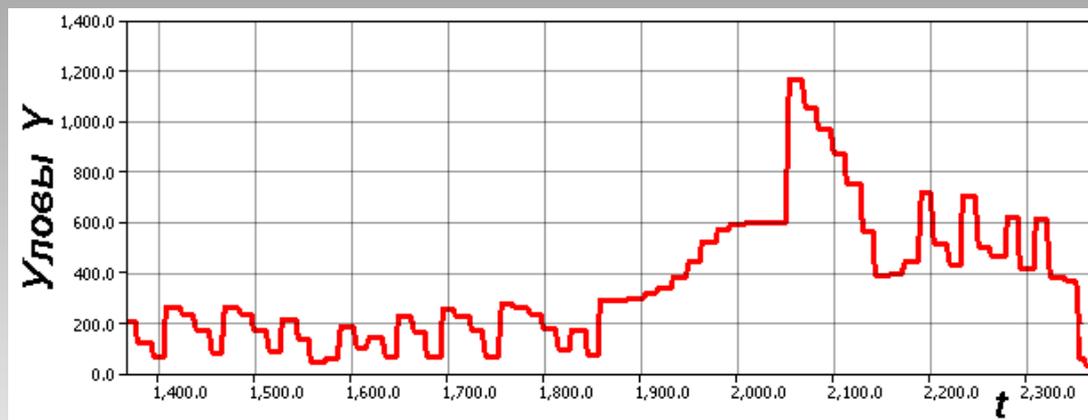
Камчатский краб, Аляска 1985

Сравнительный анализ для трески и краба.

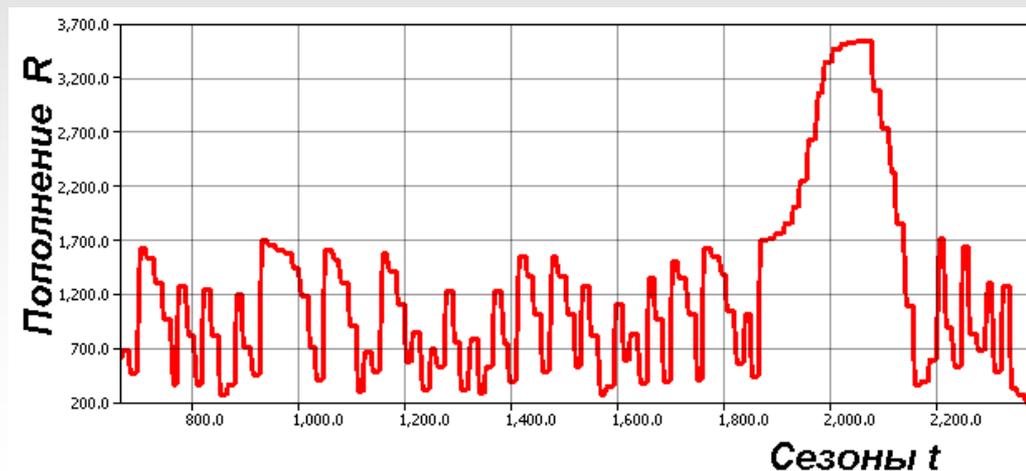
Сценарий коллапса запасов

Имитация «оптимистичной» стратегии управления промыслом

После восстановления запаса принято решение увеличить долю изъятия. Уловы показывают максимальные значения до области неопределенности.



Второе падение улов становится безвозвратной деградацией даже при возвращении прежней доли промыслового изъятия



Анализ последствий эксплуатации

Для эксплуатируемой популяции:

Две модели динамики уловов

$$N_{i+1}|_{t=0} = \lambda(1-q)N_i|_{t=\tau}, \quad 0 \leq q \leq 1.$$

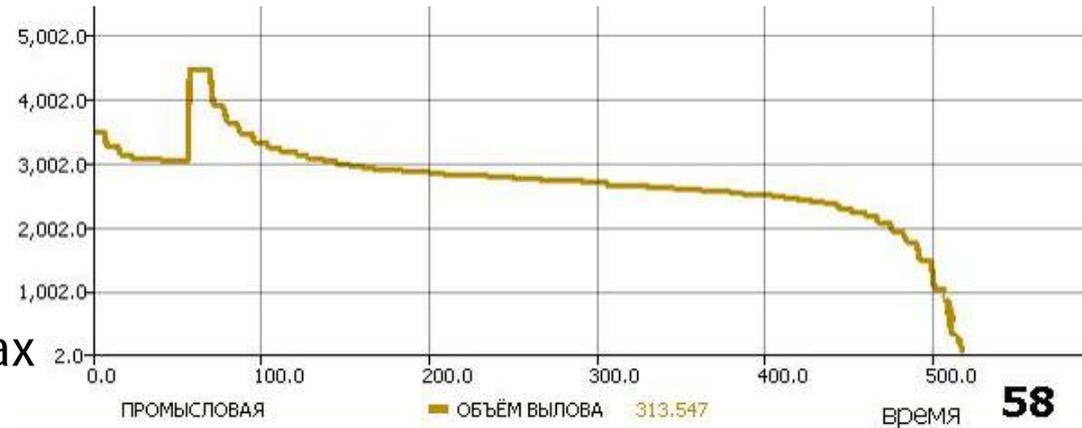
Стабилизация в *равновесии*

$$R^{**} = \psi((1-q)R^{**})$$

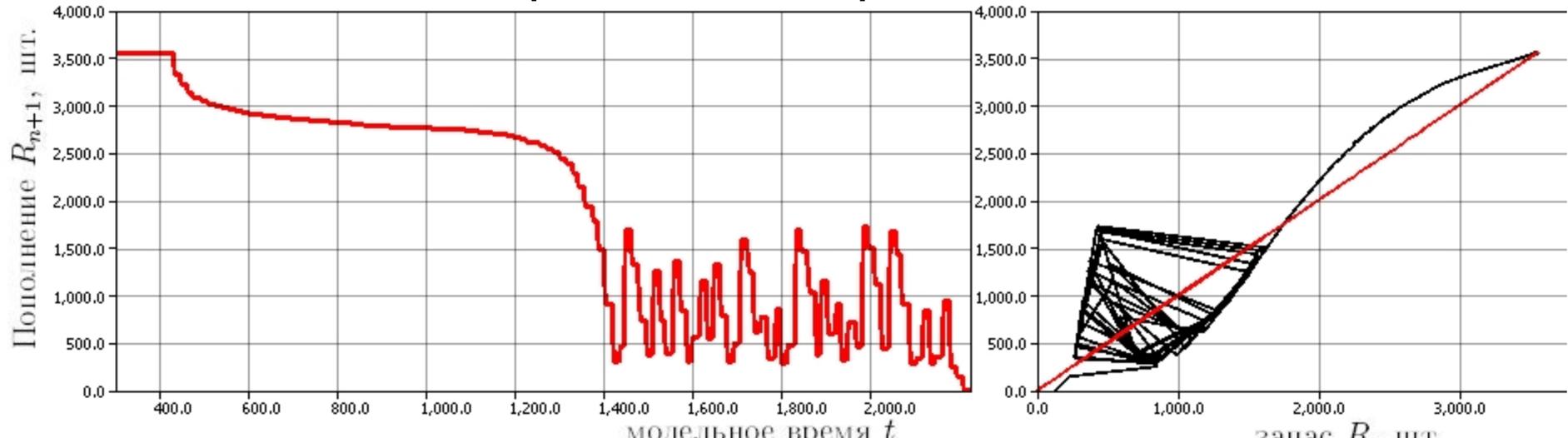
или вымирание популяции:

MSY достигается $(R_{n+1} - R_n) \rightarrow \max$

вылов $Y = \psi(R_{\text{опт}}) - R_{\text{опт}}$

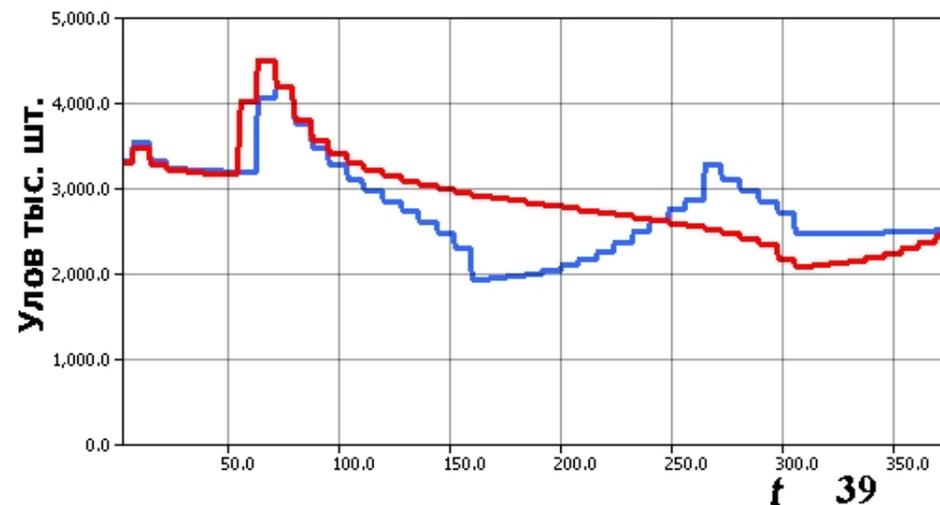
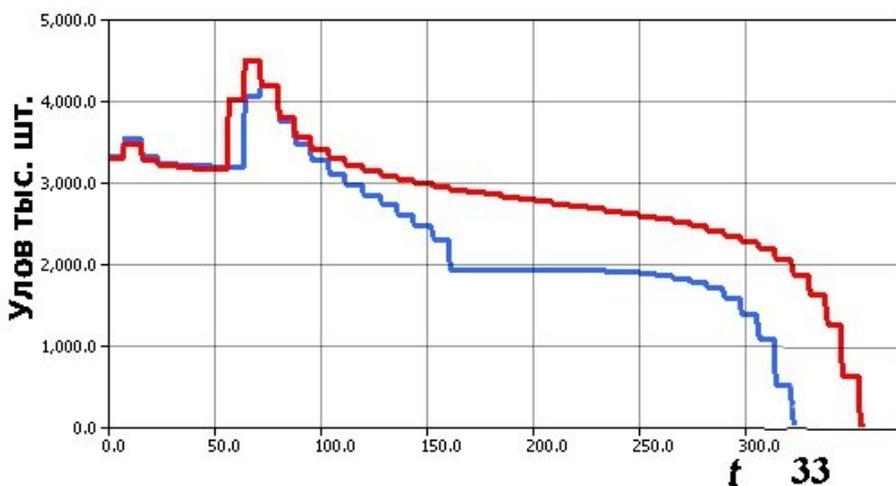


Незначительные ошибки создают иллюзию стабилизации запаса, когда нарастает неопределенность



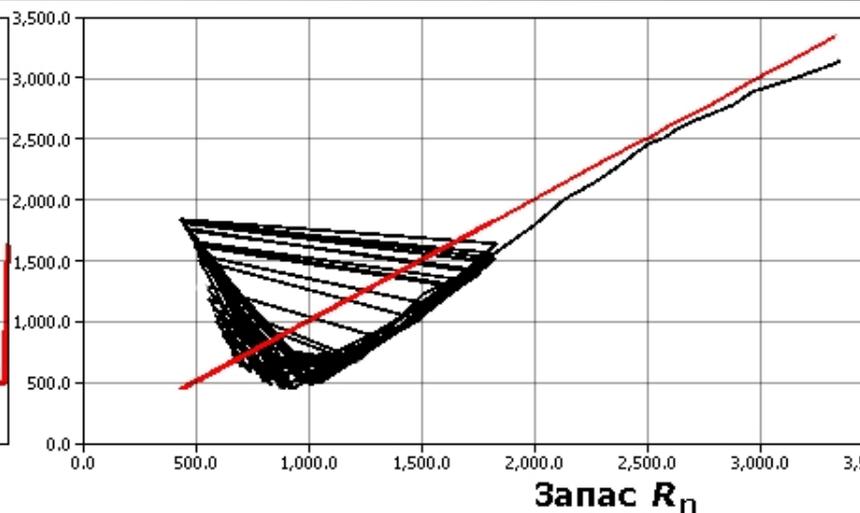
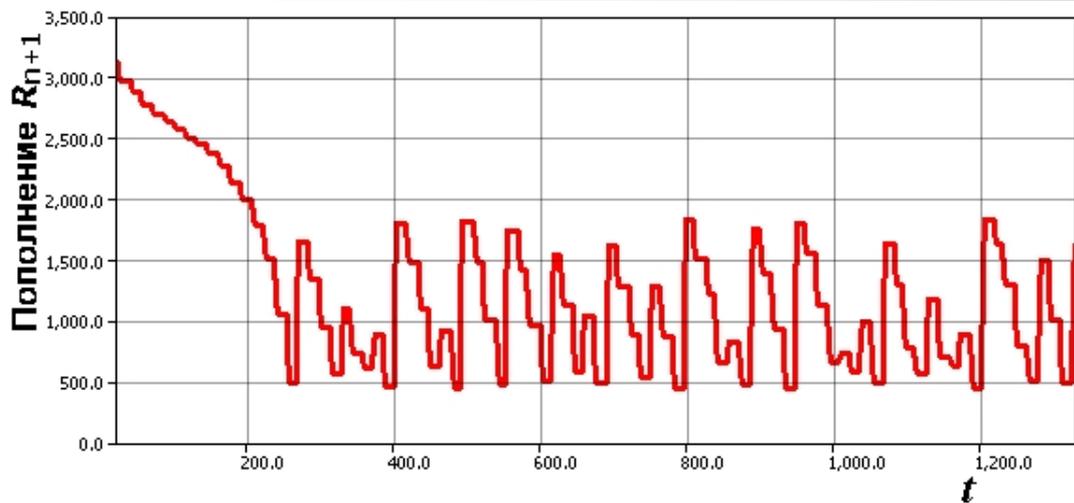
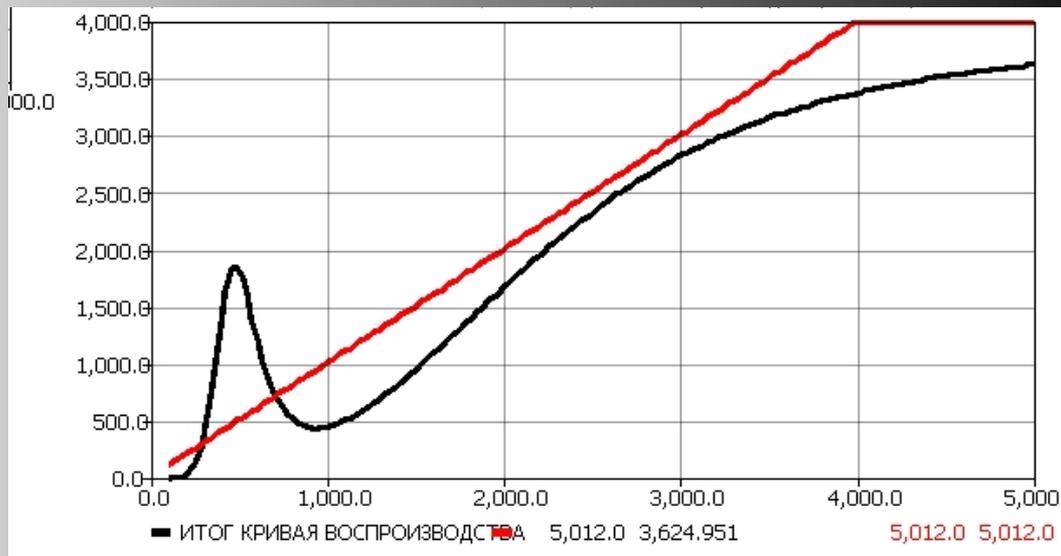
Имитационно-Сценарный подход

- Режим эксплуатации популяции и оценка эффективности её восполнения - взаимосвязаны.
- Сценарии позволяют алгоритмически описывать логически связанные экспертные решения при регулировании промысла. Сравнивается динамика развития характерных *переходных режимов*, *косвенно* учитывая компоненту неопределенности.



- Возникновение интервального аттрактора

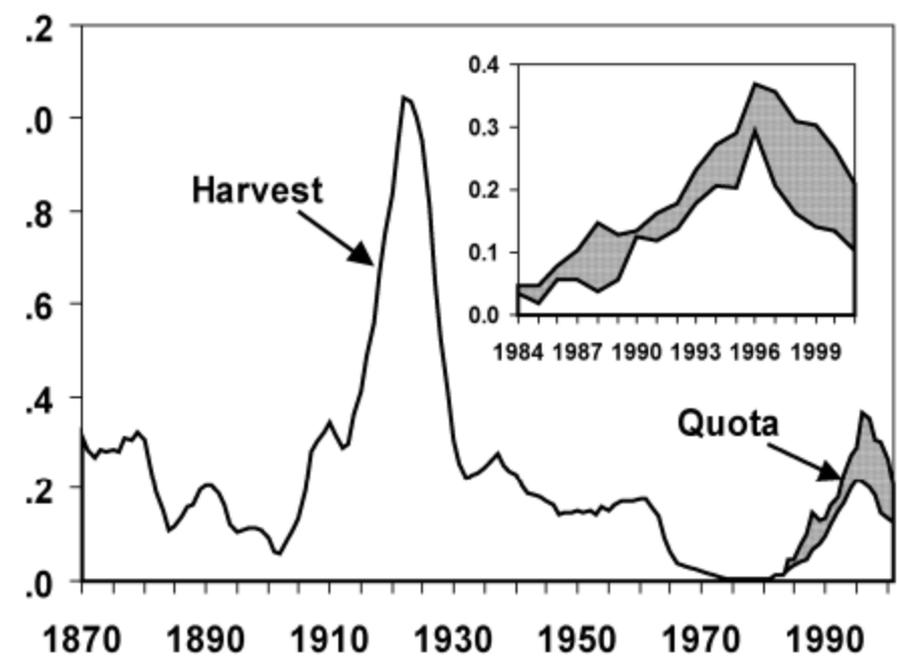
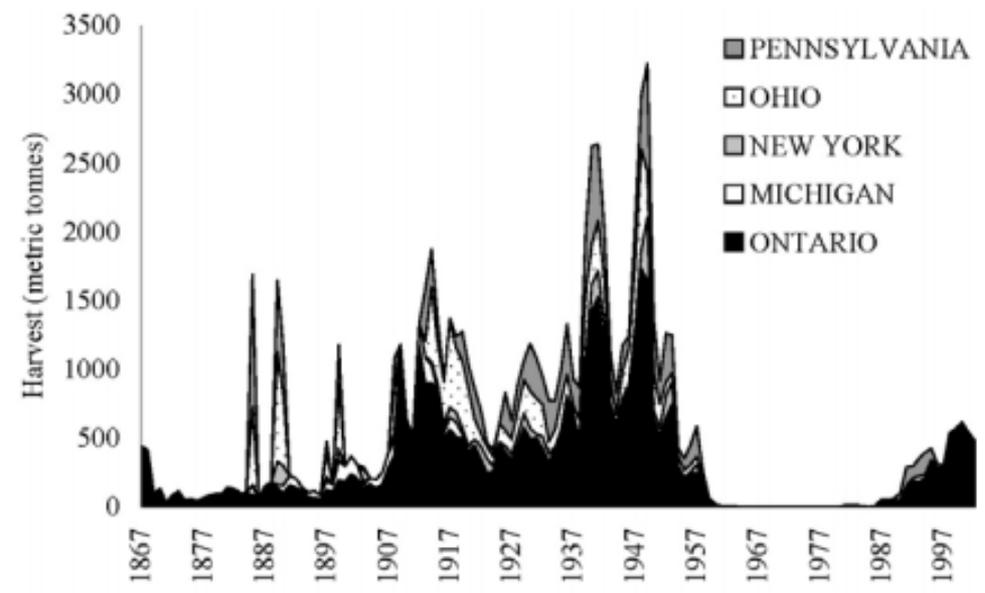
После индукции триггерным функционалом обратной касательной бифуркации. III тип аттрактора по Гукенхеймеру в виде множества интервалов



Стохастическая модель восстановления

Неожиданное восстановление сига Великих Озер после коллапса. Сценарий восстановления малочисленной локальной группы носит *вероятностный характер*.

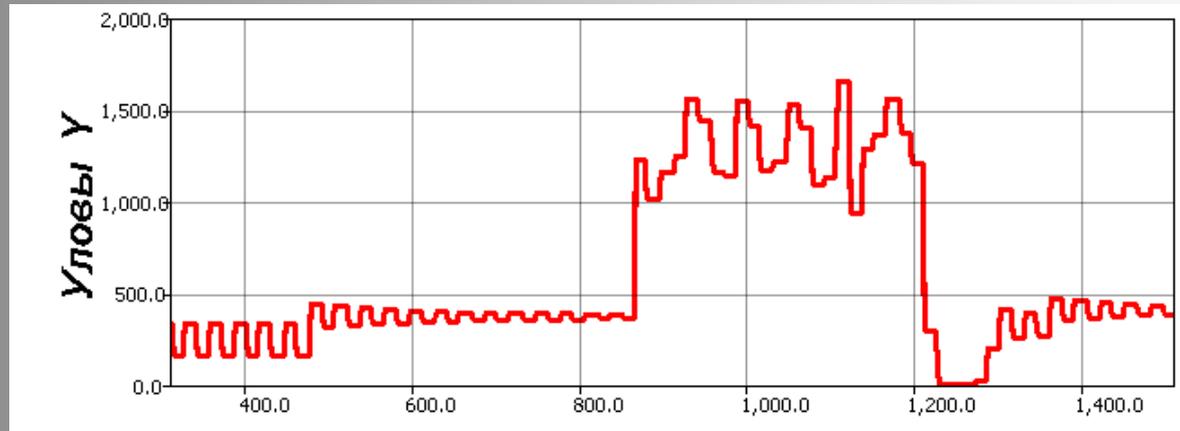
Гибридная Модель использует стохастическое дополнение, но проявляется возмущение узком интервале положения дискретной траектории.



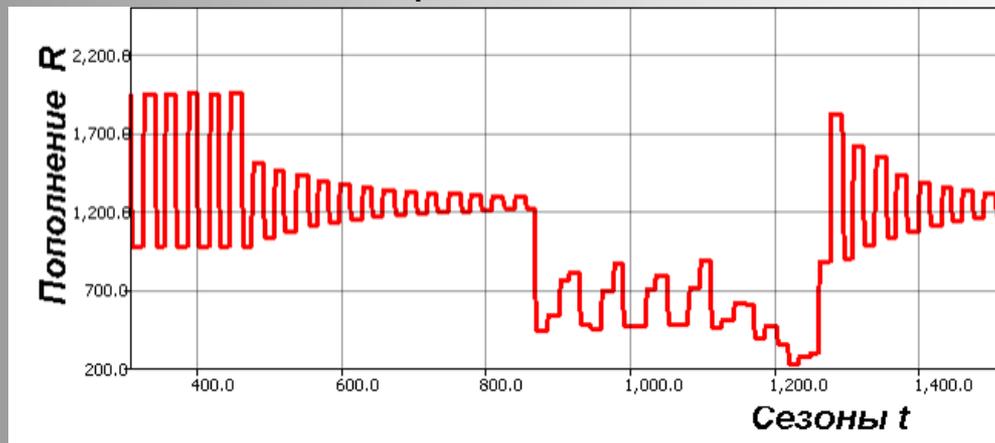
• Вероятностное действие «эффекта Олли»

Метод точечного описания неопределенности популяционной динамики полагает, Вероятность События восполнения убывает по мере истощения в узком интервале ниже критической численности В триггерный функционал ограниченного действия для непрерывной части добавлена случайная величина.

Наблюдаем *Локальное* возмущение поведения итераций. $\Theta(S) = \left[1 + \exp(-\vartheta S^2) \right] \times \gamma$



Интервально-стохастическое возмущение возникает около критического равновесия, что делает возможным переход в область стабильного равновесия



Депрессии мотылька *Ostrinia nubilalis*

Сельскохоз. вредителю свойственны периоды длительной депрессии численности, перемежающиеся всплесками активности

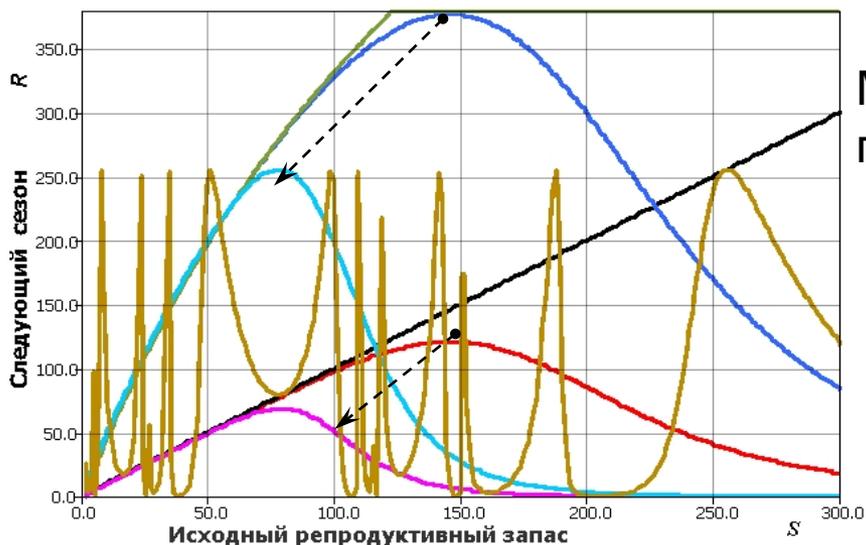
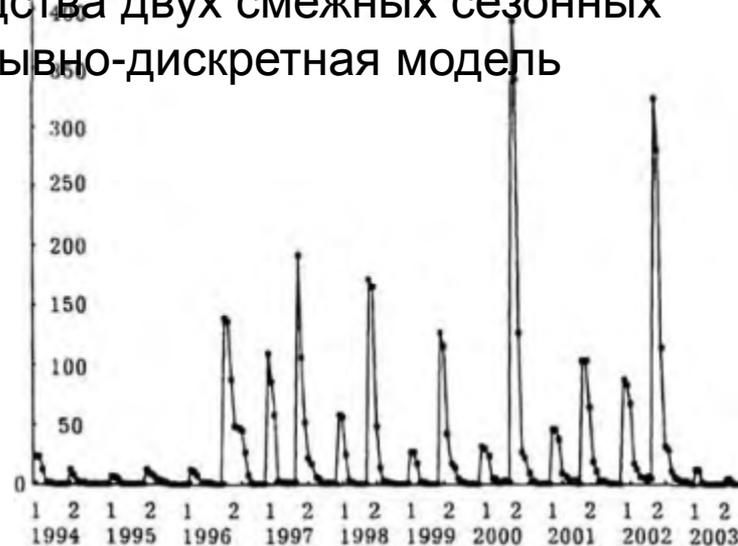
Различная регуляция выживаемости и воспроизводства двух смежных сезонных поколений с разным временем онтогенеза. Непрерывно-дискретная модель

$$\frac{dN_1}{dt} = -\left(aN_1^2(t) + bN_1(t)\right), t \in [0, T_1]$$

Фактор
исходной
плотности

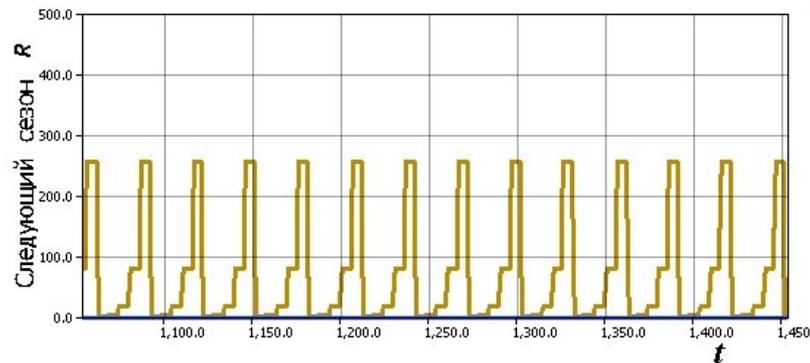
$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\left(\alpha N_2(0) + \beta\right) N_2(t), t \in [0, T_2]$$

Трансформация композиционной $F(N(0))$ под действием паразита *Trichogramma evanescens* в область 5-цикла (теор. Шарковского, Мюсеревича)



Монотонная циклическая перестановка

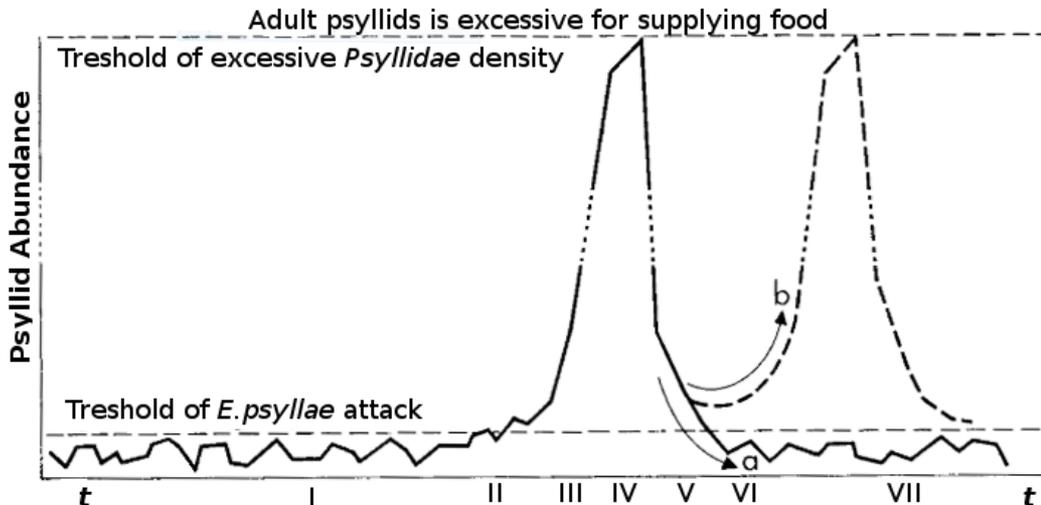
$$\tilde{S}_1^* < \tilde{S}_2^* < \tilde{S}_3^* < \tilde{S}_4^* < \tilde{S}^* < \tilde{S}_5^*$$



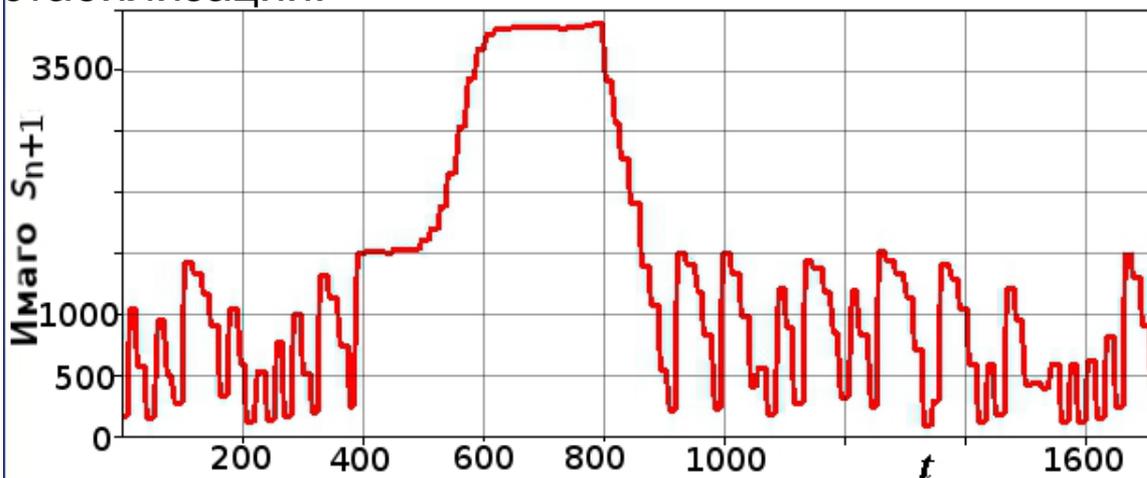
Модель вспышек Psyllidae

Вспышка численности *Cardiaspina albitextura* в Австралии с двумя выраженными пороговыми состояниями

Пороги определены:
действием гиперпаразита
Coccidoctonus psyllae
и уровнем начала
дефолиации эвкалиптов



Сценарий промежуточной стабилизации:



Функционал реализации
бифуркационного изменения
редукции равновесия

$$\Theta(N(\tau)) = 1 + \frac{e^{c_1 N(\tau)}}{l + c_2 e^{c_1 N(\tau)}}$$

$$\lim_{N(\tau) \rightarrow \infty} \Theta(N(\tau)) = 1 + \frac{1}{c_2}$$

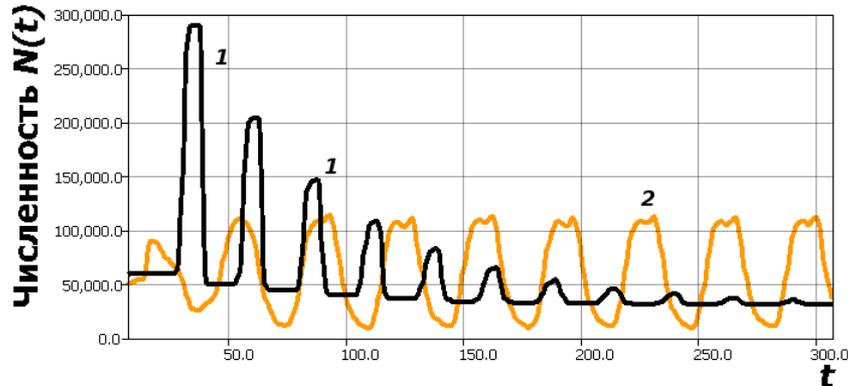
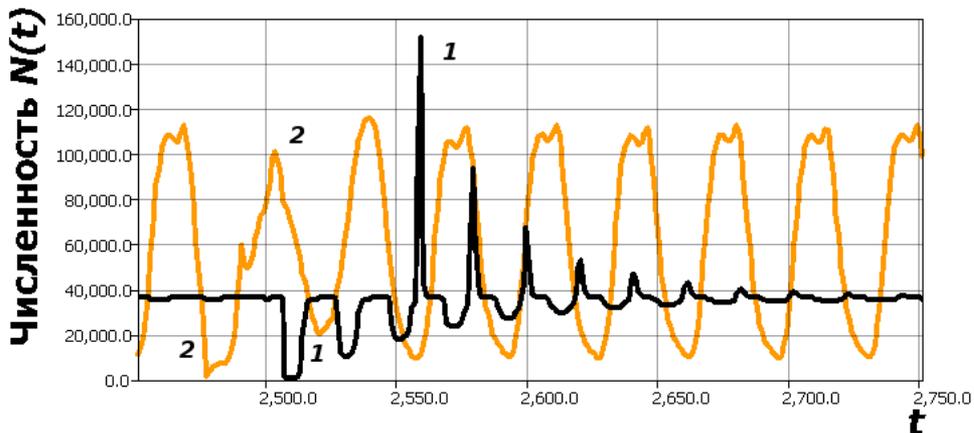
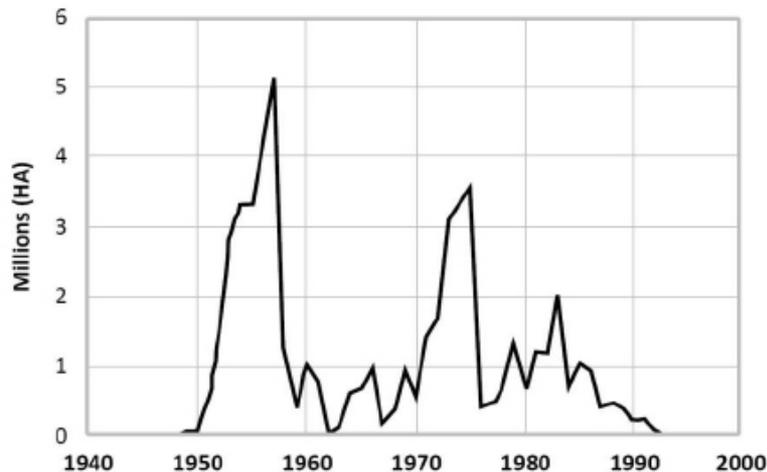
Вспышки *Choristoneura fumiferana*

В Провинции Нью-Брансуик возникает серия особых резких пилообразных осцилляций листовертки поражения лесных массивов на протяжении 40 лет.

Непрерывная модель пилообразной вспышки строится на формализации различий в запаздывающей регуляции

$$\frac{dN}{dt} = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)(C - \gamma \exp(-bN(t - \tau_1)))}{K + N(t - \tau)} \right) - \delta N(t)$$

Уравнение описывает переходный режим - самопроизвольное затухание популяционных пиков без бифуркации.



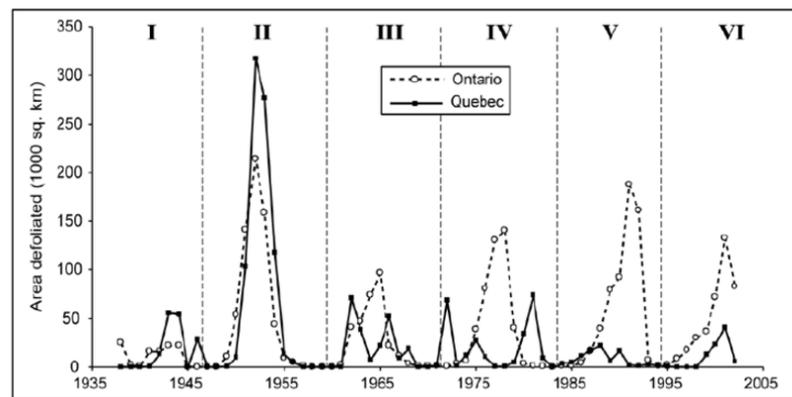
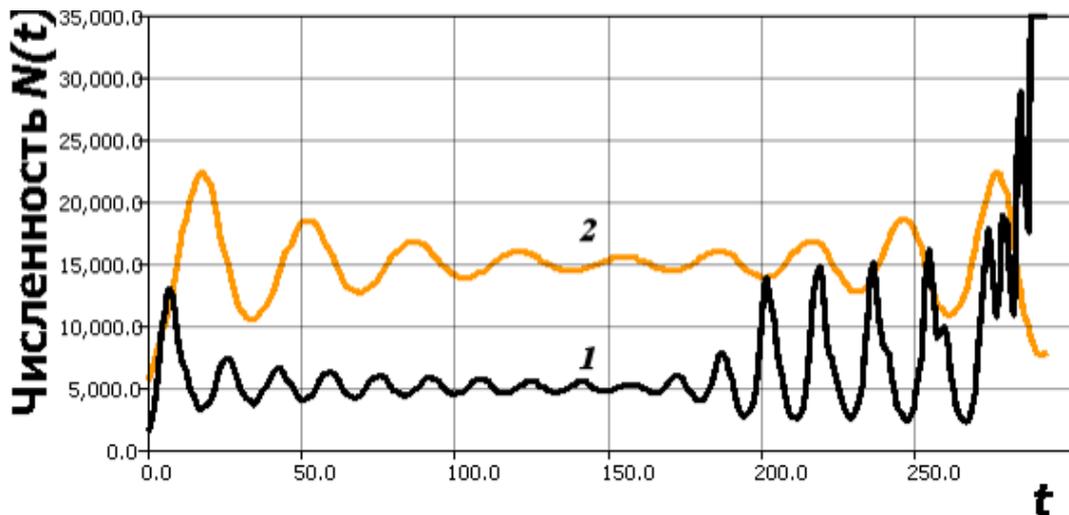
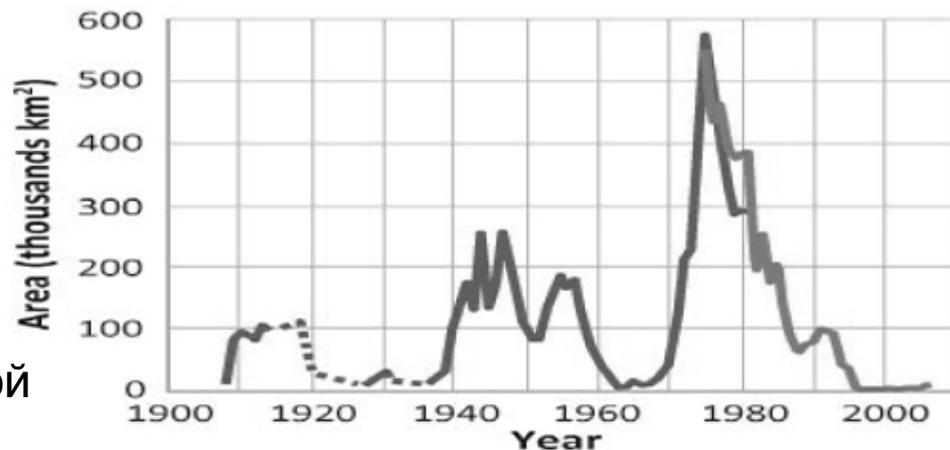
Осцилляция шелкопряда в Канаде

Суммарно динамика в 6 провинциях показывает длительную незатухающую осцилляцию

Уравнение с действующей предкритической ёмкостью

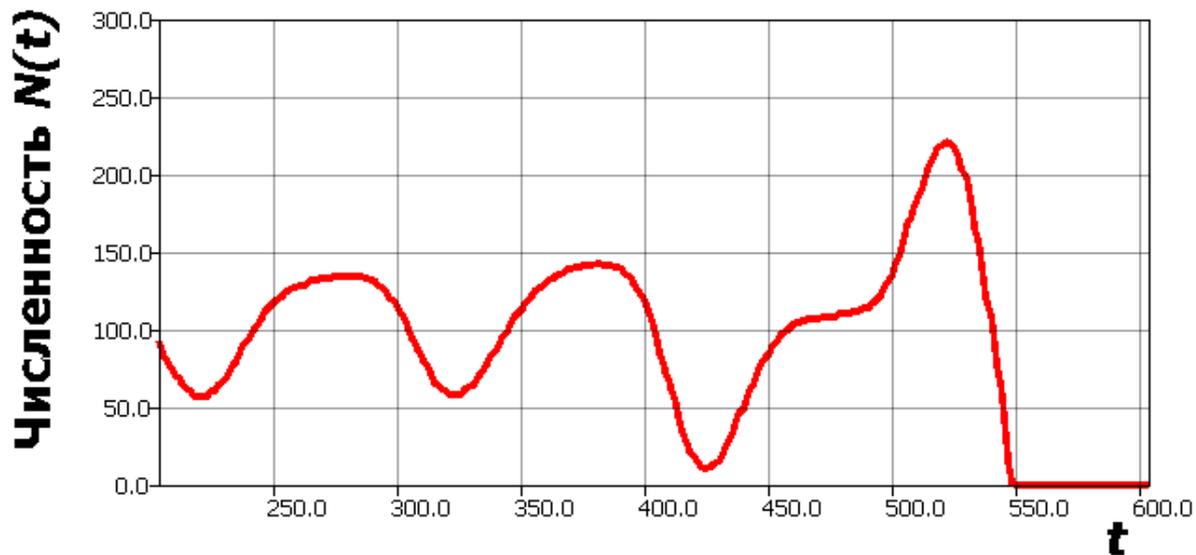
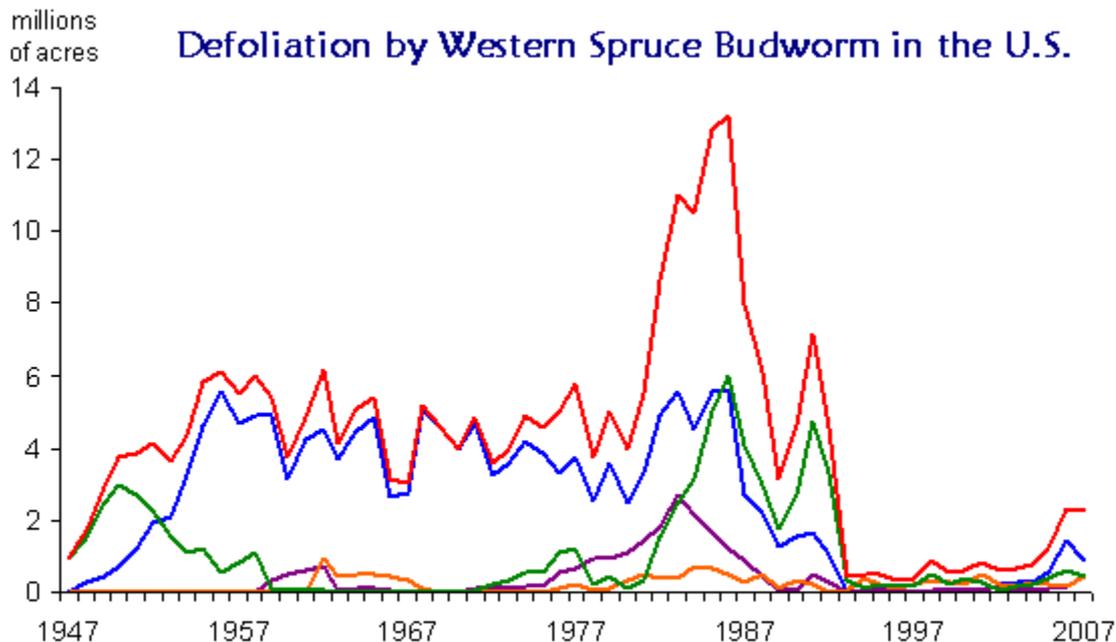
$$\frac{dN}{dt} = \lambda N(t) \left(1 - \frac{N(t - \tau)}{K} \right) (H - N(t - \tau_1))$$

При реализации бифуркации Андронова-Хопфа происходит разрушение релаксационного цикла → неограниченной псевдопериодической траектории



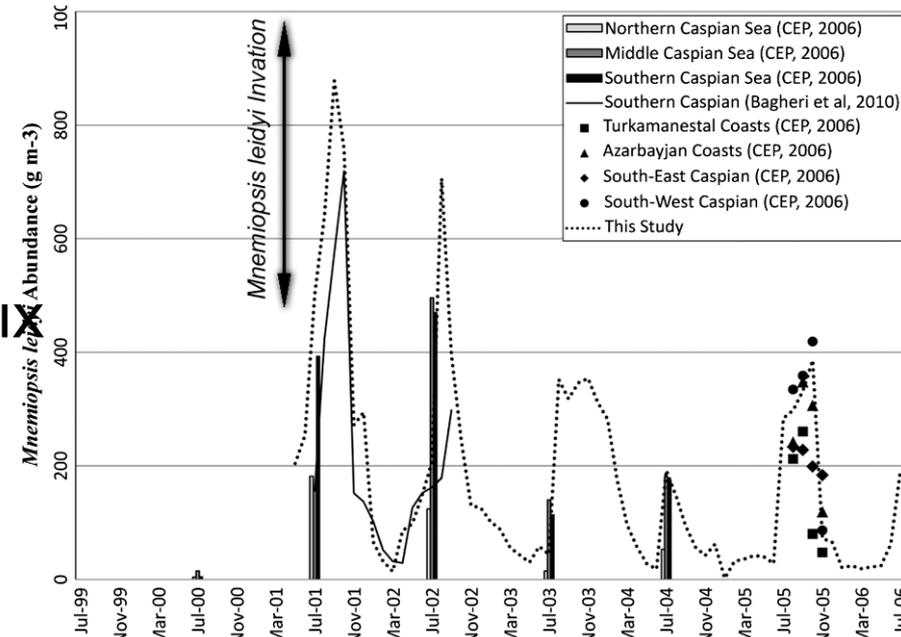
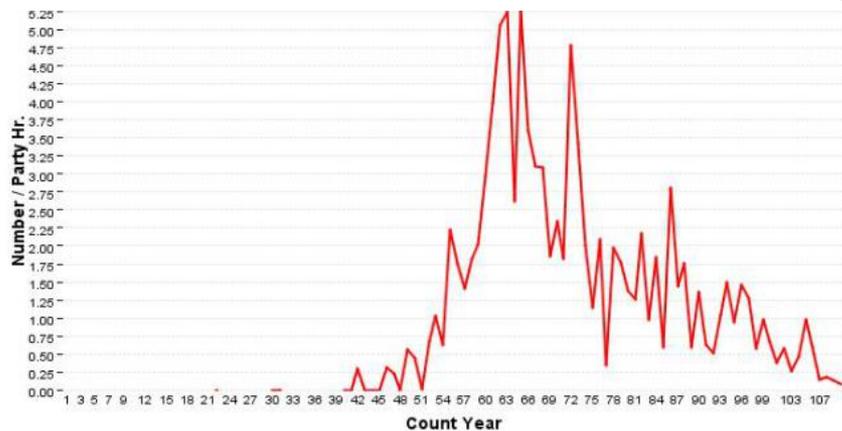
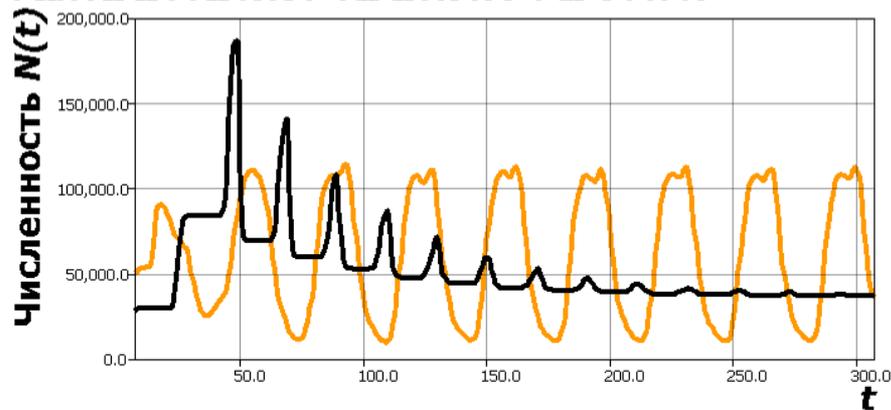
Полиморфизм явления вспышки

Вспышки численности проходят по группам различных сценариев. Различаются как по начальной фазе перехода вспышки, так и завершению. Динамика вредителя еловой листовёртки в США завершается после максимального пика.

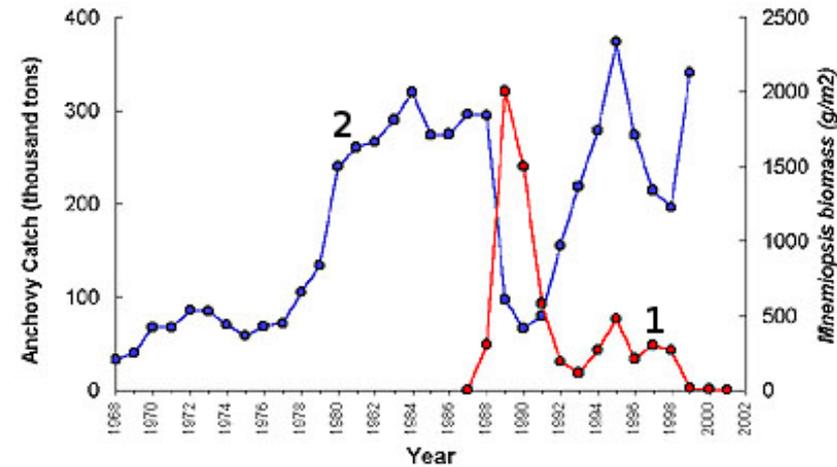


Многообразие динамики сценариев

Инвазионные процессы вида проходят по качественно различным сценариям в локальных ареалах. Но имеют сходство у представителей разных таксономических групп.



Формализация сходных механизмов регуляции при разной экологии

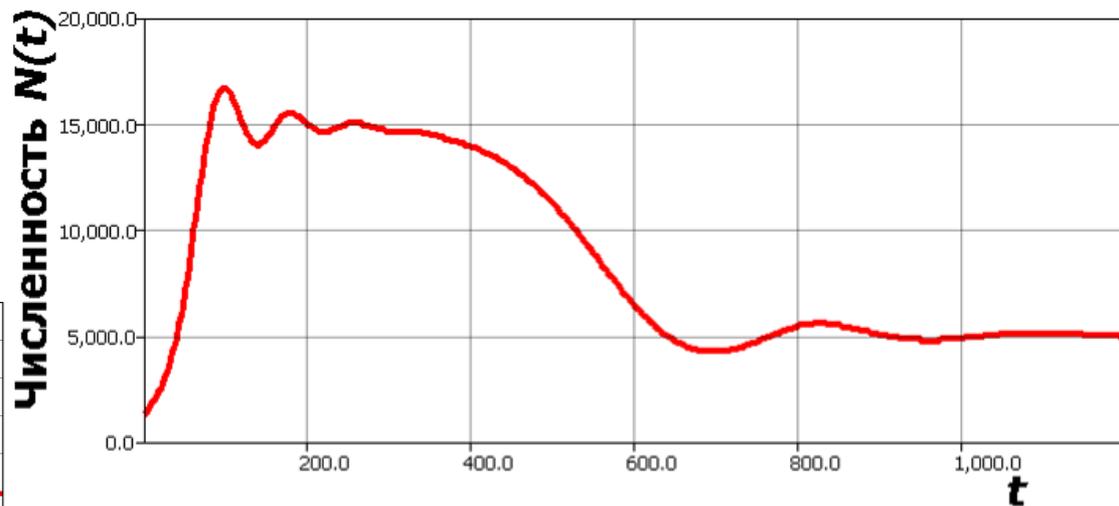
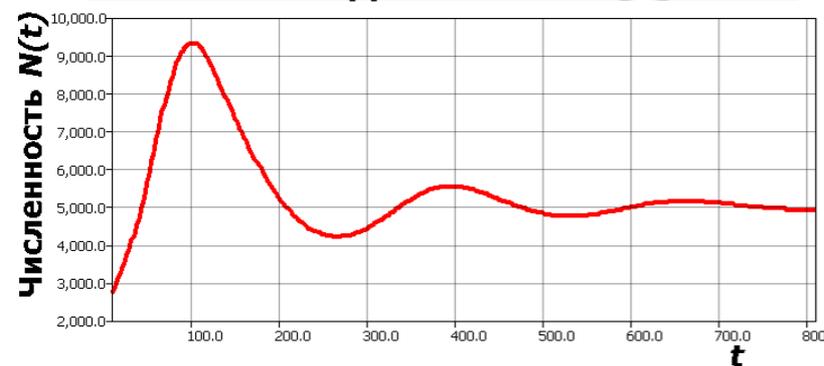
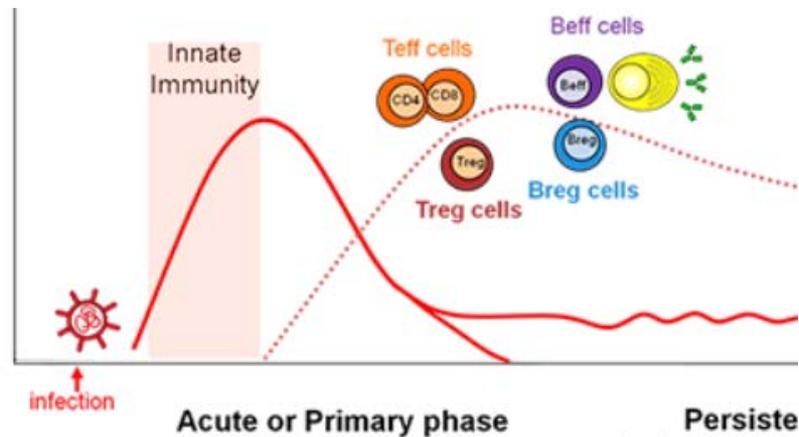
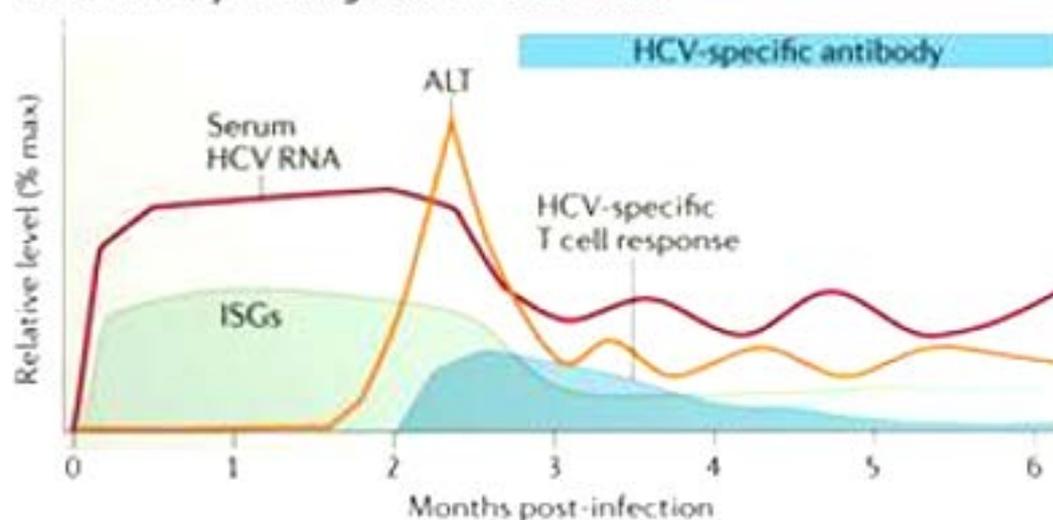


Критические инвазии

Некоторые инвазионные процессы разрушительны для среды. При этом состояние равновесия невозможно длительное время. Например вирусные инфекции.

Вступают в противоборство с иммунной системой.

d Chronically evolving acute HCV infection

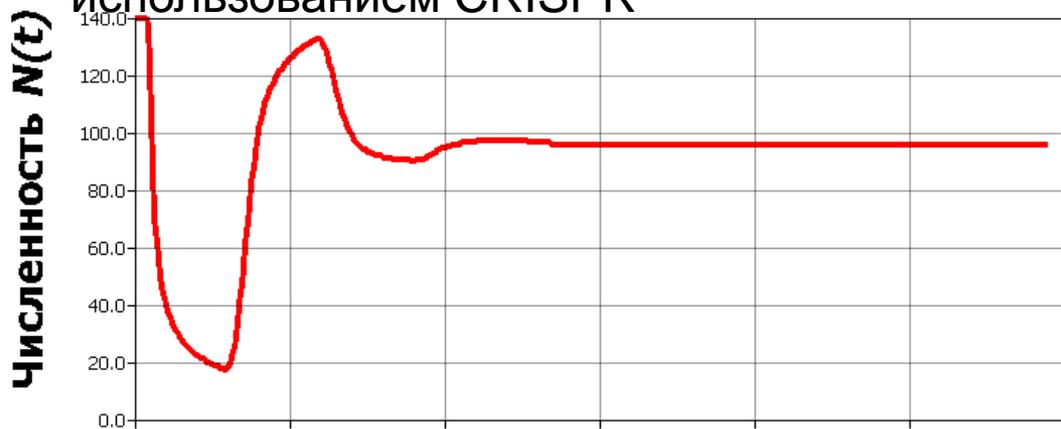
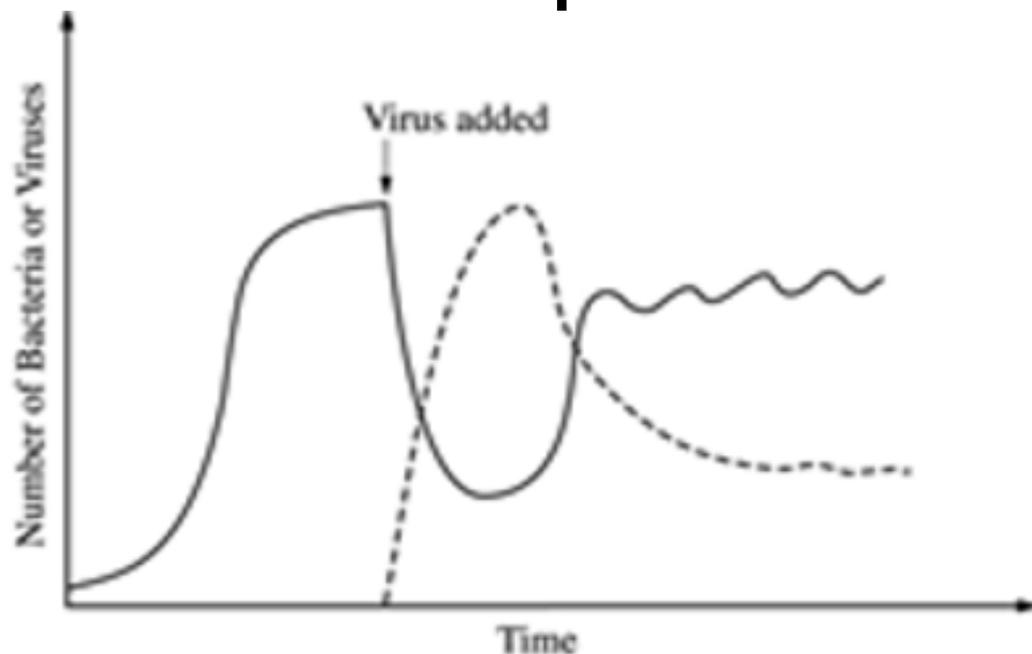


Иммунный ответ – нелинейная и запаздывающая реакция.

Сценарий бутылочного горлышка

После активации активного противоборства вид проходит состояние с минимальной численностью.

Сценарий при взаимной адаптации видов: выработке мер противодействия после попадания вируса колонией бактерий с использованием CRISPR



Bacteria
Viruses

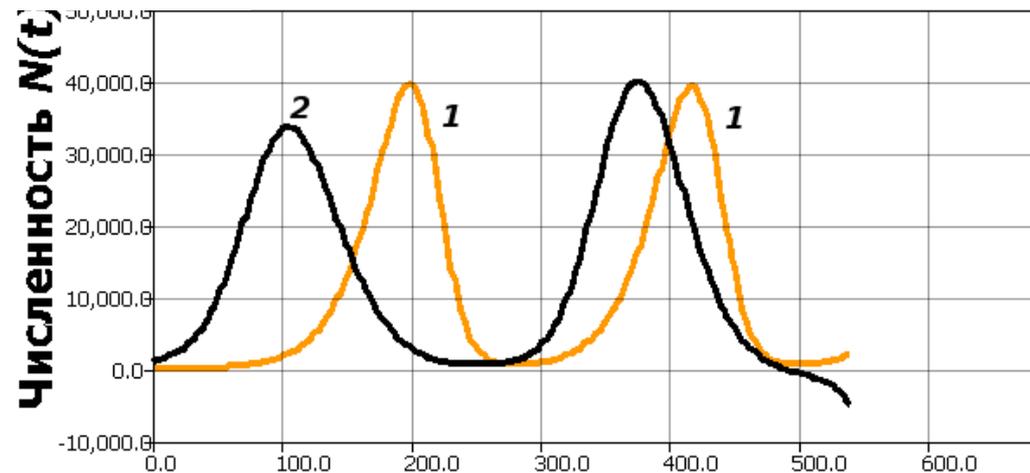
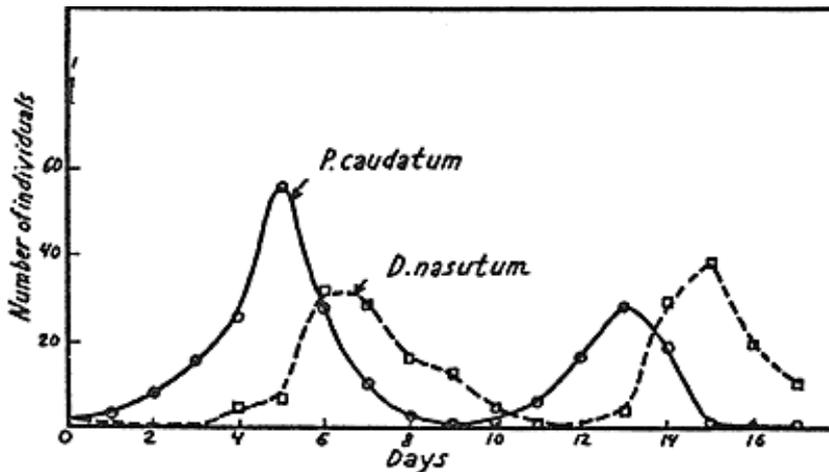
$$\frac{dN}{dt} = rN(t) \ln \left(\frac{K}{N(t-\tau)} \right) (U - N(t-\tau)) - \gamma \frac{N^m(t)}{B + N^2(t)}.$$

Экстремальный вариант противоборства

Классический эксперимент Г. Гаузе 1934 г. с хищник-жертва двумя видами инфузорий. После инвазии активного хищника развитие заканчивается его гибелью после второго максимума осцилляций.

$$\frac{dN}{dt} = rN(t) \ln \left(\frac{K}{N(t - \tau)} \right) \sqrt[3]{(N(t - \tau_1) - L)}$$

Стабилизация в системе возможна только при изъятии лишних особей хищника



Экстремальный вариант противоборства

Критическая инвазия при сильном сопротивлении среды переходит в псевдо латентную стадию.

Без внешнего регулирования противостояние инвазии заканчивается катастрофически

The typical clinical course of HIV disease.

