ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ИНФОРМАТИКИ И ТЕХНОЛОГИИ ПОИСКА ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В ДАННЫХ И ЗНАНИЯХ

Колесникова С.И.

skolesnikova@yandex.ru

Национальный исследовательский Томский политехнический университет,
Томский госуниверситет систем управления и радиоэлектроники
Тюменский государственный университет

Работа поддержана РФФИ (проект № 09-01-99014)

РЕГИОНАЛЬНАЯ ИНФОРМАТИКА (РИ-2010)
Санкт-Петербург, 20-22 октября 2010 г.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ИНФОРМАТИКИ

Алгебраический подход к проблеме синтеза корректных алгоритмов (научная школа Ю.И. Журавлева)

Задача распознавания Ξ с обучением по прецедентам полностью определяются пятёркой $\{\mathfrak{I}_i, \mathfrak{I}_f, \mathfrak{M}^u, \{y_k\}^r_{k=1}, \{m_k\}^r_{k=1}\}$, где

$\mathfrak{I}_i$ - множество начальных информаций,

$\mathfrak{I}_f$ - множество финальных информаций,

$\{y_k, m_k\}^r_{k=1} \subset \mathfrak{I}_i \times \mathfrak{I}_f$ - обучающая выборка,

$\mathfrak{M}^u$ - заданное множество отображений из $\mathfrak{I}_i$ в $\mathfrak{I}_f$ и заключается в построении алгоритма $A : \mathfrak{I}_i \to \mathfrak{I}_f$, **корректность** которого обусловлена

a) локальными ограничениями: $A(y_k)=m_k$, для всех $k=1,\ldots,r$;

b) универсальными ограничениями: $A \in \mathfrak{M}^u$.

При $\mathfrak{I}_f=R$, задача распознавания $\to$ задача восстановления регрессии.

При $\mathfrak{I}_f=\{1,\ldots,m\}$, в задачу классификации на m непересекающихся классов.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ИНФОРМАТИКИ

Глобальные и локальные ограничения в задаче распознавания

Комментарий.

$\boldsymbol{A(y_k)=m_k}$ - «**локальные ограничения**». Связь с конечным числом обучающих объектов, возможность проверки за конечное число шагов на обучающей выборке.

«**Универсальные ограничения**» - априорные ограничения общего характера, которым должно удовлетворять отображение из $\mathfrak{I}_i$ в $\mathfrak{I}_f$: симметричность, непрерывность, гладкость, монотонность, и т. д.

независимость от конкретной обучающей выборки → не допускают эффективной конечной проверки и должны учитываться в самой конструкции алгоритма на этапе его разработки.

Глобальный и локальный базисы задачи распознавания

Определение. Набор алгоритмических операторов $B_1,\ldots, B_p$ такой, что для любой выборки $\{v_k\}^r_{k=1}\in(\mathfrak{I}_f)^r$, выполнены универсальные ограничения, называется **глобальным базисом для задачи** распознавания Ξ;

если набор $B_1,\ldots, B_p$ такой, что выполнены локальные ограничения: $A(y_k)=m_k$, для всех $k=1,\ldots,r$, то он **называется локальным базисом** для задачи Ξ.

Глобальный базис для задачи Ξ существует тогда и только тогда, когда Ξ регулярна.

Локальный базис для задачи Ξ существует тогда и только тогда, когда Ξ разрешима.

Глобальный базис является также и локальным. Обратное неверно.

Классические и проблемно-ориентированные методы алгебраического подхода

(научная школа Ю.И. Журавлева. К.В.Воронцов)

	Классические	**Проблемно-ориентированные**
Тип базиса	глобальный	локальный
Требование к задаче	регулярность	разрешимость
Цель построения	док-во теорем	решение прикладных задач
Способ построения	разложение по базису	численная оптимизация
Сложность алгоритма	высокая	низкая
Качество экстраполяции	низкое	высокое

Цель: создание проблемно-ориентированных методов для РАСПОЗНАВАНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЙ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ (УПРАВЛЕНИЯ)

Свойства (и/или):

1) объект не имеет полного аналитического описания и полностью описывающей его модели, т.е. для построения его адекватной модели недостаточно априорной информации;

2) нестационарность описывающего его случайного процесса, (слабопредсказуемость);

3) нелинейность имеющихся моделей описания;

4) многомерность;

$$X\ \ t\ = x_1(t)\cdot swf_1(t),\dots,x_m(t)\cdot swf_m(t)$$, (Грызлова Т.П.)

$swf_j(t)$ - переключательная функция: $x_j(t)\uparrow\downarrow$, включения/выключения компоненты.

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ
РАСПОЗНАВАНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЙ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

ДАНО:

1: $X\ \ t\ = f\ \ t\ + \eta\ \ t\ ,$ **2:** $\dot{X}\ \ t\ = f\ \ X, \upsilon\ \ t\ , u\ \ , \upsilon\ \ t\ = ?,$

3: $\dot{X}\ \ t\ = f\ \ X, \theta, u\ \ , f\ \ \cdot\ = ?$ **4:** $\dot{X}\ \ t\ = f\ \ X, \theta, u\ \ ,$

$\{Y\}: \ Y \in \Omega = \{\Omega_1, \ \Omega_2, ..., \ \Omega_I\};$ $Y(t) = h\ \ X\ \ t\ , \ \eta\ \ t\ \ + \xi\ \ t\ , \ \ f\ \ \cdot\ , h\ \ \cdot\ = ?$

НЕОБХОДИМО:

отнести фрагмент наблюдаемой реализации

$$Y^*(t) = \left(y_1^*(t), \ y_2^*(t), ..., \ y_{N_Y}^*(t)\right)', \ t \in [t', \ t'']$$

к одному из состояний $\Omega_i, i = \overline{1, I},$ и оценить качество решения.

Ограничения:

1) наблюдение величины $Y^*(t)$ в моменты:

$$t_j = t_0 + j\Delta, \ j = \overline{0, n}, \ \Delta > 0$$

2) реальное время с ограниченными размерностями данных.

Актуальность задач распознавания состояний сложных ДО

1. задачи мониторинга, позволяющих в реальном времени следить за характером образования и развития нежелательных (потенциально опасных, катастрофических) состояний объекта

2. задачи построения оценки состояния объекта или системы, находящейся в режиме управления

3. задачи управления в структурно сложных системах, являющихся нелинейными, многомерными и многосвязными, в которых протекают сложные переходные процессы и возникают критические и хаотические режимы

Определение закономерностей описания ДО

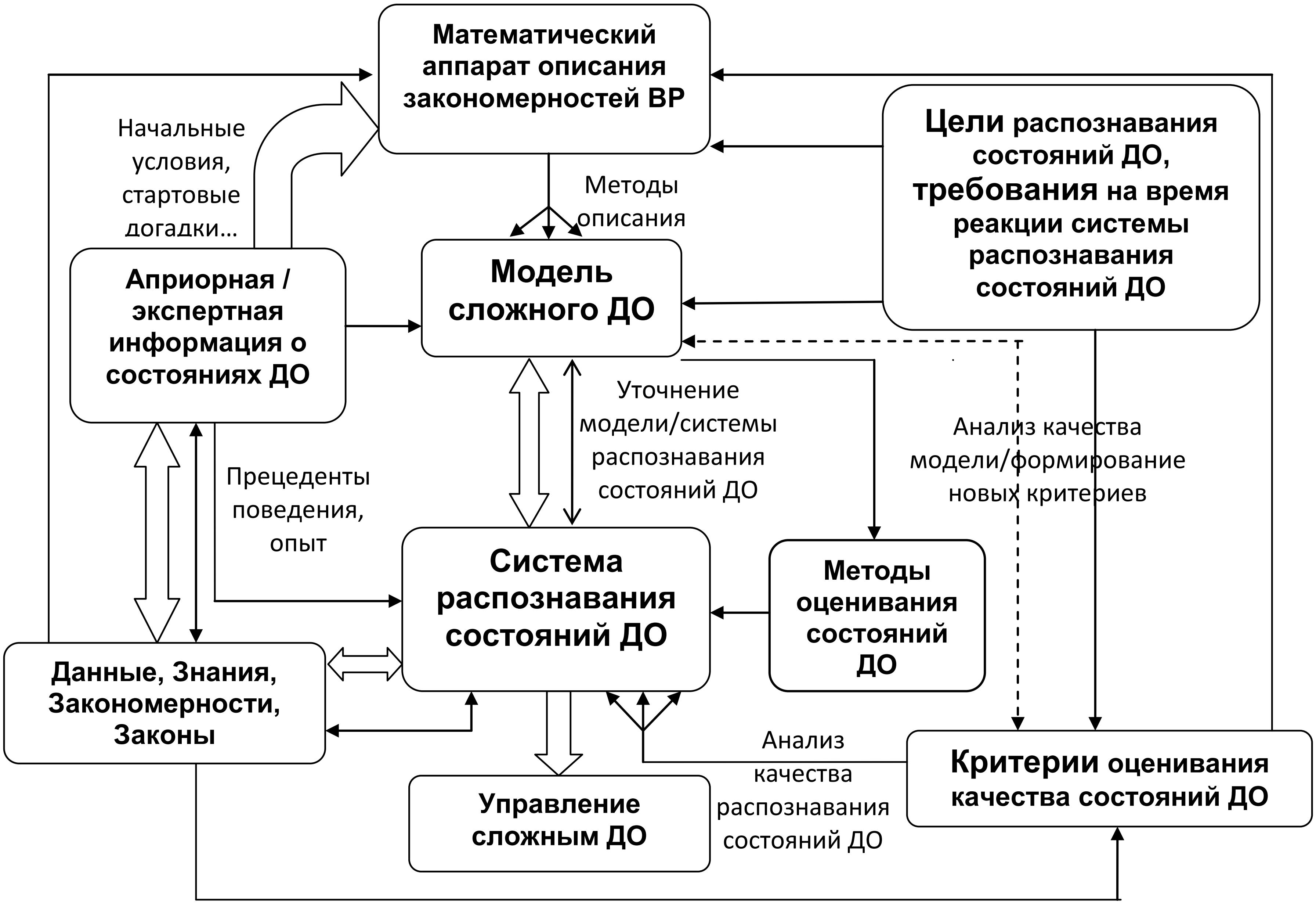
Закономерность (Ю.И.Журавлев, К.В.Рудаков, Д.А.Поспелов, Н.Г.Загоруйко, А.Е. Янковская,…)

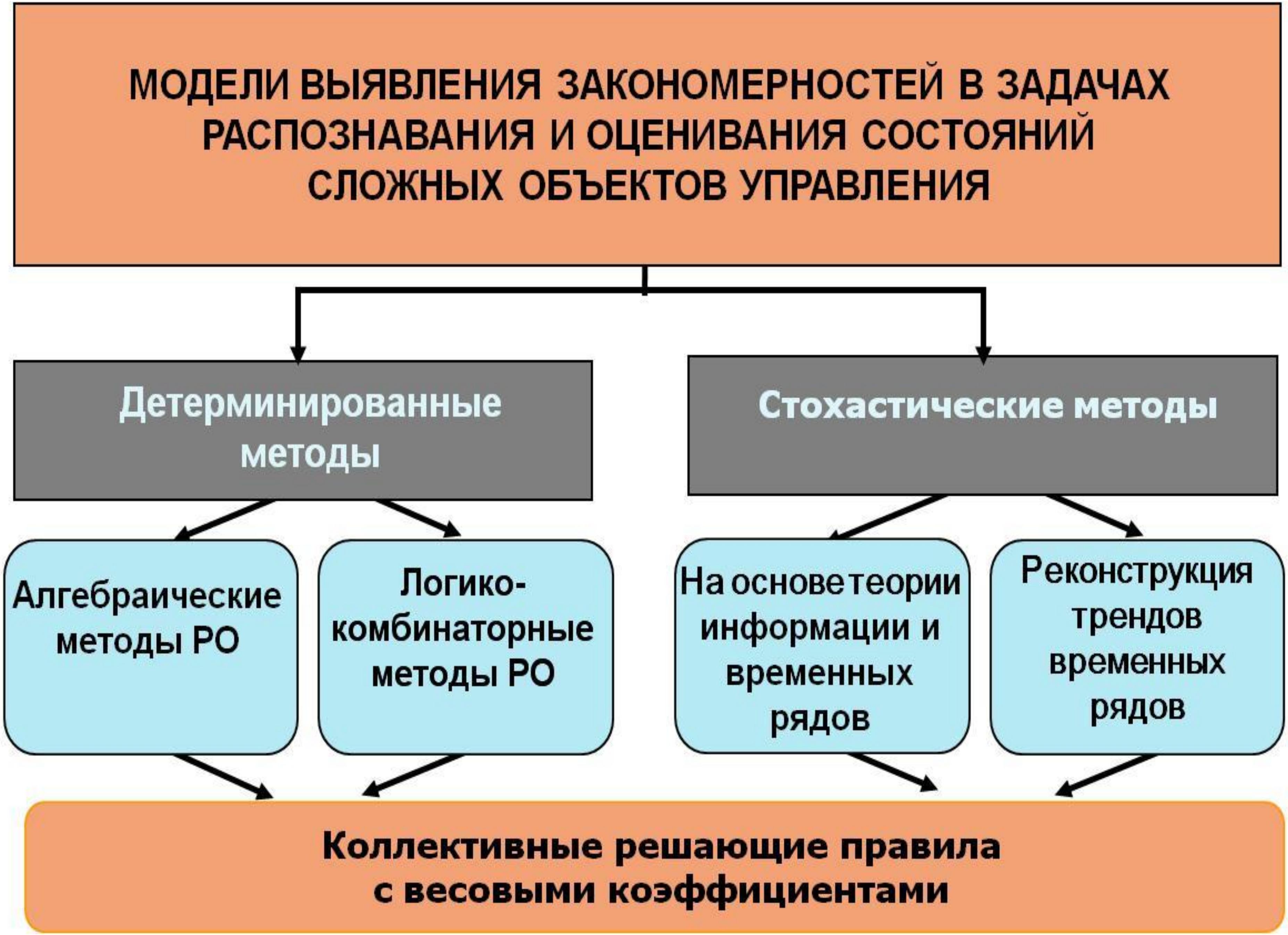
- **подмножество признакового пространства, содержащее объекты одного образа-состояния ДО (полная закономерность) или преимущественно одного образа ДО (частичная закономерность);**

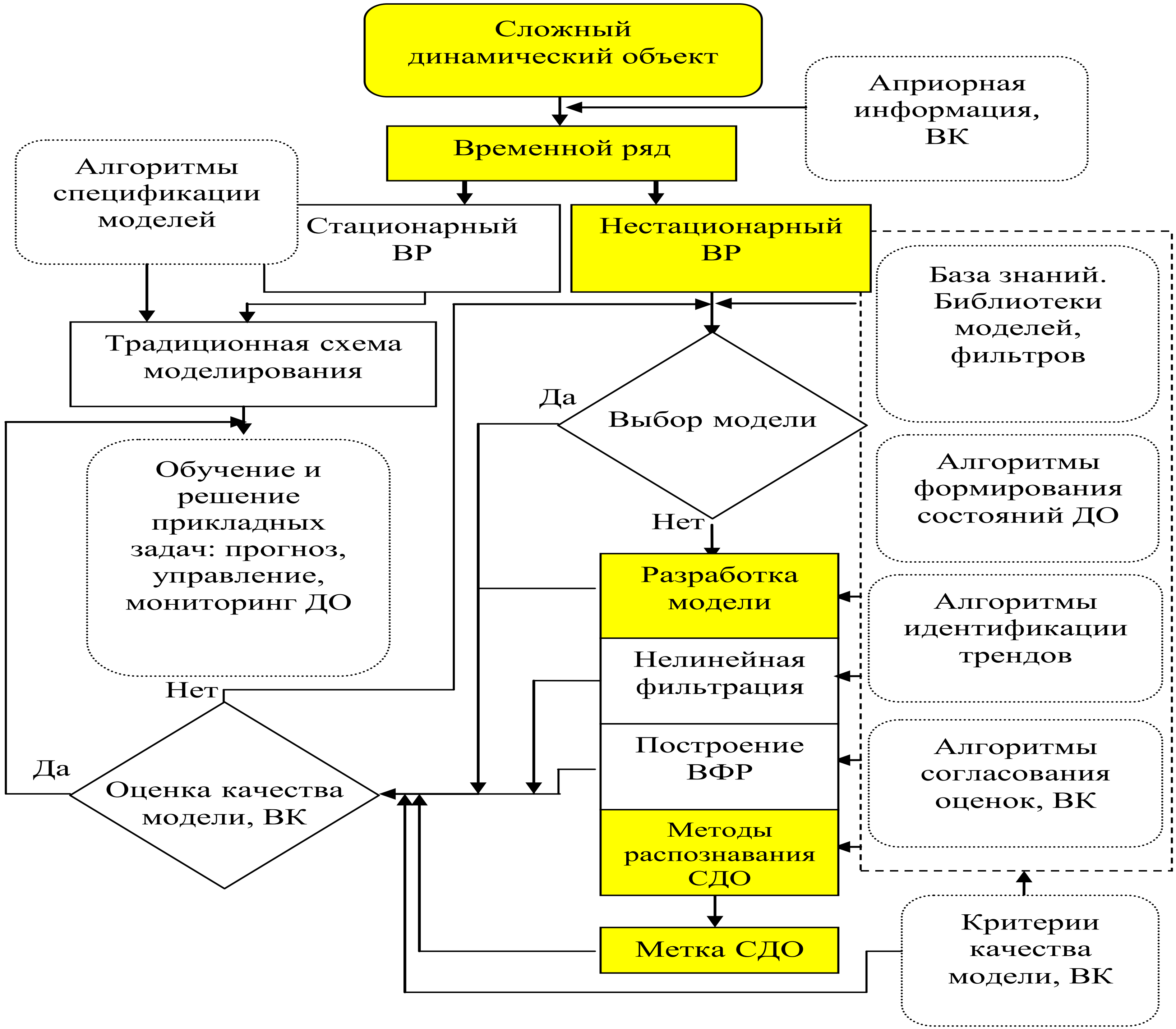
- **подмножества признаков с определенными свойствами, влияющими на различимость объектов из разных образов-состояний ДО, устойчиво наблюдаемыми для объектов из обучающей выборки и проявляющимися на других объектах того же физического происхождения;**

- **весовые коэффициенты характеристических признаков, отражающие их индивидуальный вклад в различимость объектов из разных образов-состояний ДО.**

Схема информационного и вычислительного взаимодействия при моделировании сложного ДО




МОДЕЛИ ВЫЯВЛЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ И ОЦЕНИВАНИЯ СОСТОЯНИЙ СЛОЖНЫХ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ
Детерминированные методы
Стохастические методы
Алгебраические методы РО
Логико-комбинаторные методы РО
На основе теории информации и временных рядов
Реконструкция трендов временных рядов
Коллективные решающие правила с весовыми коэффициентами


Сложный динамический объект
Априорная информация, ВК
Временной ряд
Алгоритмы спецификации моделей
Стационарный ВР
Нестационарный ВР
База знаний. Библиотеки моделей, фильтров
Традиционная схема моделирования
Да
Выбор модели
Нет
Обучение и решение прикладных задач: прогноз, управление, мониторинг ДО
Алгоритмы формирования состояний ДО
Разработка модели
Алгоритмы идентификации трендов
Нелинейная фильтрация
Нет
Построение ВФР
Алгоритмы согласования оценок, ВК
Да
Оценка качества модели, ВК
Методы распознавания СДО
Метка СДО
Критерии качества модели, ВК

Модель 1. ВРЕМЕННОЙ РЯД

Постановка задачи. Пусть L - линейное нормированное пространство всевозможных числовых последовательностей. Рассмотрим СВР $\boldsymbol{y}=(y_1,\ldots,y_n)$:

$$y_k=x_k+\xi_k,\ k\geq 0. \qquad (1)$$

Для каждого i-го состоянии ДО (1) динамический процесс описывается моделью:

$$y_k^i=x_k^i+\xi_k^i,\ k\geq 0,\ i=\overline{1,I}, \qquad (2)$$

где $x_k^i=f_k^i=f^i(k\Delta)$, $\Delta>0$, $f^i(t)$ – некоторая функция, описывающая поведение неслучайной составляющей x_k^i в i-м состоянии ДО.

Зафиксируем **систему аксиом** (словарь разметки) M.

Поставим задачу выделения тренда как задачу классификации, в которой каждой точке СВР $\boldsymbol{y}$ сопоставлялся метка из фиксированного словаря разметки M (интерпретируемая как номер класса из определенного множества классов). (К.В.Рудаков, Ю.В.Чехович)

Модель 1. Постановка задачи распознавания образов на временных рядах

Пример аксиомы: «аксиома задается на $(k\text{-}j)$ точках; точка x_i является точкой минимума для интервала $[x_j, x_k]$, если $x_i < x_l$, $\forall\ l \in [j, k]$»

Пусть временной ряд $\{y_i\}$, сопровождающий функционирование ДО, содержит характерные фрагменты нескольких видов (образов состояний ДО).

Образы состояний ДО - последовательности одного и более элементарных образов.

Элементарный образ - некоторое множество «близких» траекторий в фазовом пространстве ДО, устойчивый образец поведения, демонстрируемых системой в сходных условиях.

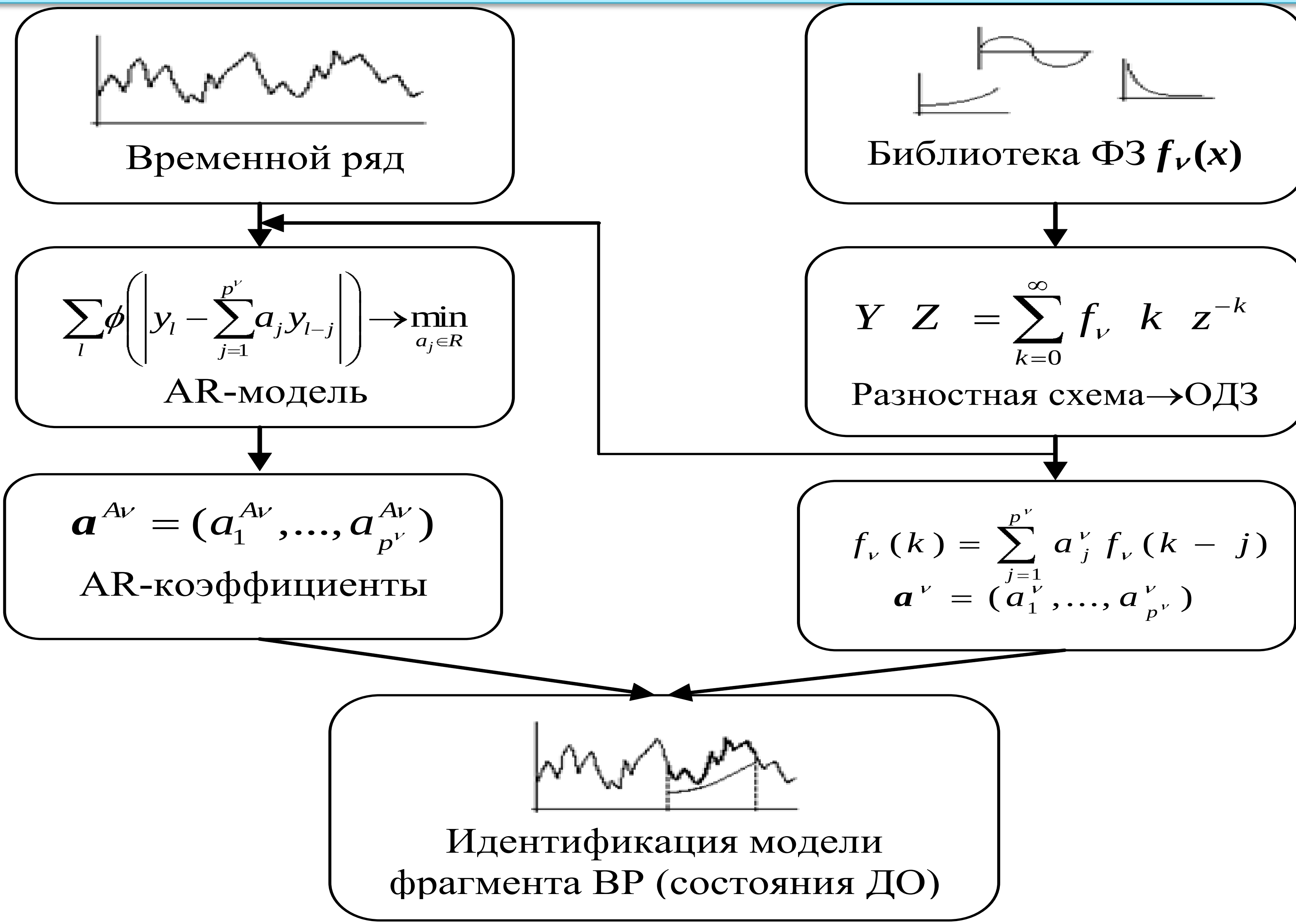
Домен элементарных образов составлен из эталонных (фрагментов) рядов.

Задача распознавания образов на временных рядах:

1) выделение фрагментов, содержащих (искаженные шумом и нелинейностью ДО) образы;
2) определение типов возникающих образов;

«Стохастическая» разметка временного ряда

Концептуальная схема (Тырсин А.Н. Семенычев В.К.)



ARADS (AutoRegression, Adaptive algorithm, Difference Scheme)

Правило разметки ряда. Система аксиом $\{A_u\}$.

Аксиома A_u задается на $(k''$-$k')$ точках; точка x_l $\forall$ $l\in[k', k'']$ является точкой с меткой $f^{\,u}$ для интервала $[x_{k'}, x_{k''}]$, если в условиях модели (1) имеет место (2), (3), где $\boldsymbol{a}^{A\nu} = \boldsymbol{a}^{A\nu}[k', k'']$ - вектор AR-коэффициентов, восстановленный по интервалу $[k', k'']$, $\boldsymbol{a}^{\nu}$ - коэффициенты разностной схемы, соответствующей кривой $f^{\,\nu}$.

$$\boldsymbol{y_k = x_k + \xi_k,\ k \geq 0.} \tag{1}$$

$$a_1^{A\nu},\dots,a_{p^\nu}^{A\nu} = \arg\min_{a_j^i\in R} \sum_{l\in 1,\dots,n} \phi\left(\left|y_l' - \sum_{j=1}^{p^\nu} a_j^i y_{l-j}'\right|\right), \tag{2}$$

$$u = \arg\min_{\nu=\overline{1,m}} \sqrt{\sum_{j=1}^{p} a_j^{\nu} - a_j^{A\nu}\ {}^{2}}\ . \tag{3}$$

Метод ARADS (AutoRegression, Adaptive algorithm, Difference Scheme)

Система аксиом $\{A_u\}$:

Введены **условия полноты** и статистической эквивалентности (аналога **однозначности**).

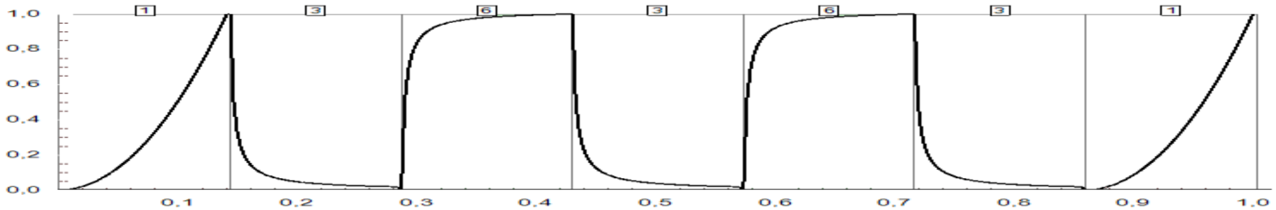
***Утверждение* 1.** При соблюдении условий постановки задачи (2) и принадлежности функции $f(k\Delta)$ классу с дробно-рациональным Z–преобразованием $p' \le q' < \infty$:

$$X(z) = \sum_{j=0}^{\infty} x_j z^{-j} = P(z)/Q(z),\ R(z) = \sum_{j=0}^{p'} p_j z^{-j}, Q(z) = \sum_{j=0}^{q'} q_j z^{-j},$$

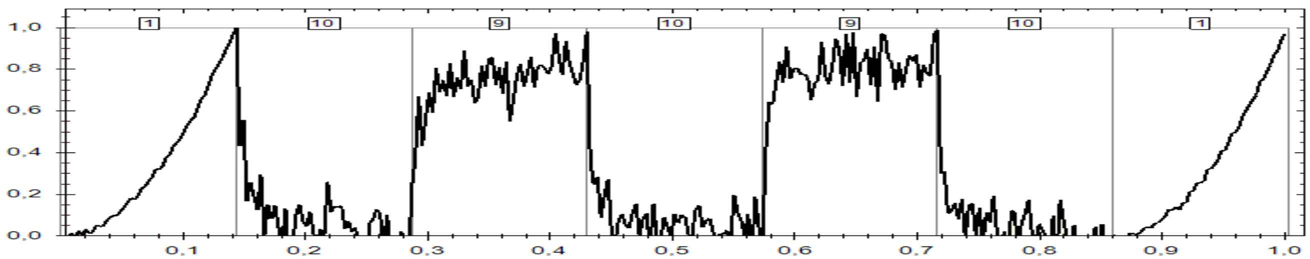
последовательности $\boldsymbol{x}=\{x_k\colon x_k=f(k\Delta),\ k\ge 0\}$ однозначно соответствует разностная схема $x_n = \sum_{j=1}^{p} a_j x_{n-j}, \forall n \ge p$.

***Утверждение* 2.** Множество $F=\{f^{\nu}(k)\}$, $\nu \in J$ (J - множество индексов) последовательностей непрерывных, ограниченных снизу функций $\{f^{\nu}(k)\}$ (k= 1, 2, ...), одной переменной упорядочено в смысле близости по норме к заданной функции f.

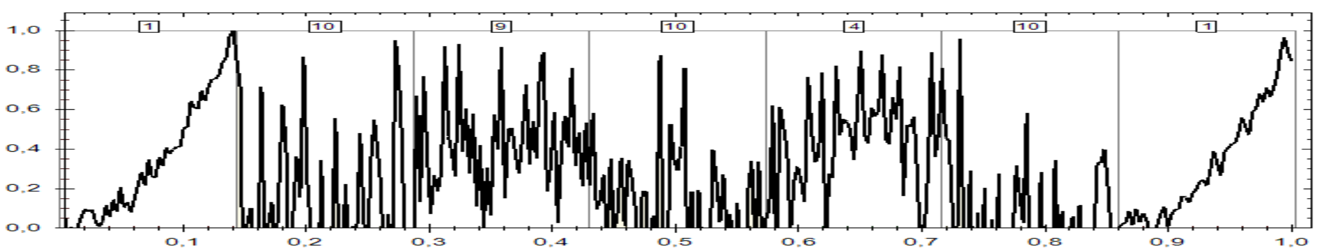
Модель 1. РАЗМЕТКА ВРЕМЕННОГО РЯДА



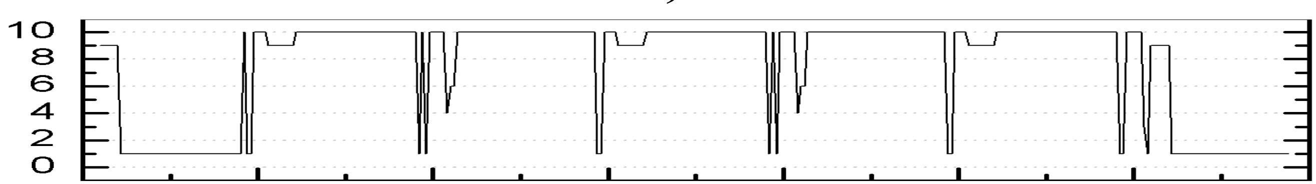
a)



b)



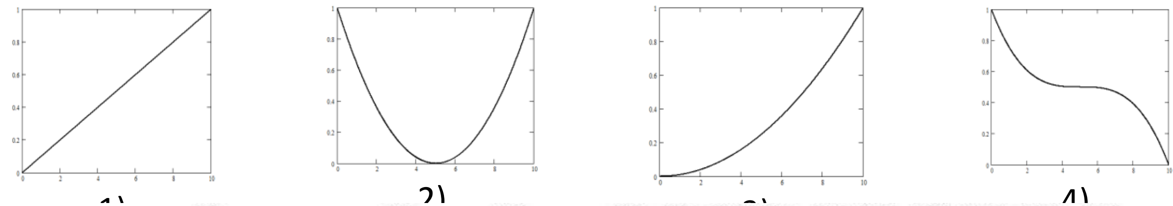
c)

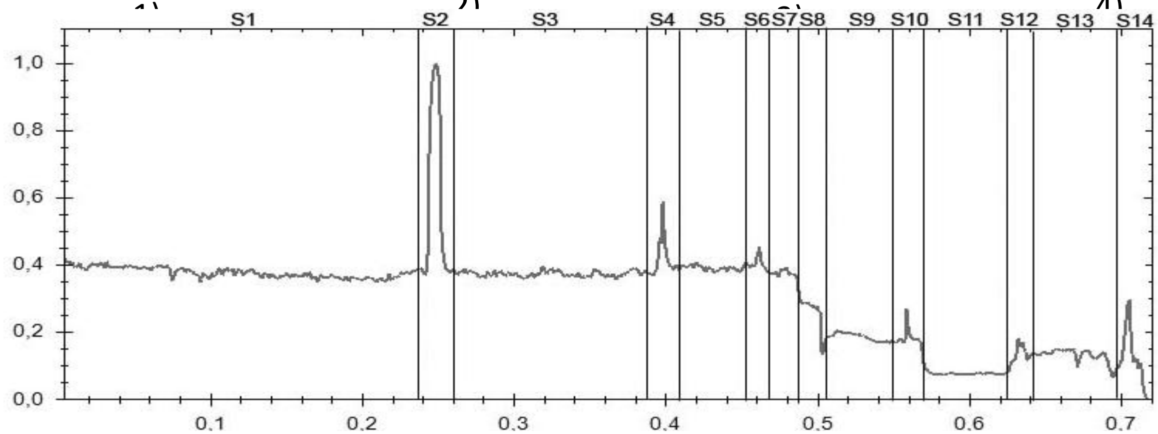


d)

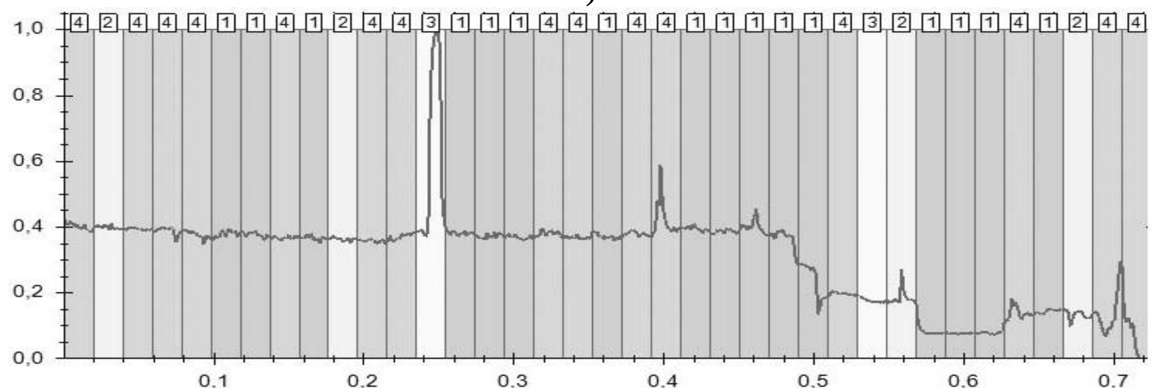
Разметка ряда. Решение прикладной задачи.

Обнаружение предвестников разрушения горных пород по характеристикам их сигналов электромагнитной эмиссии





a)

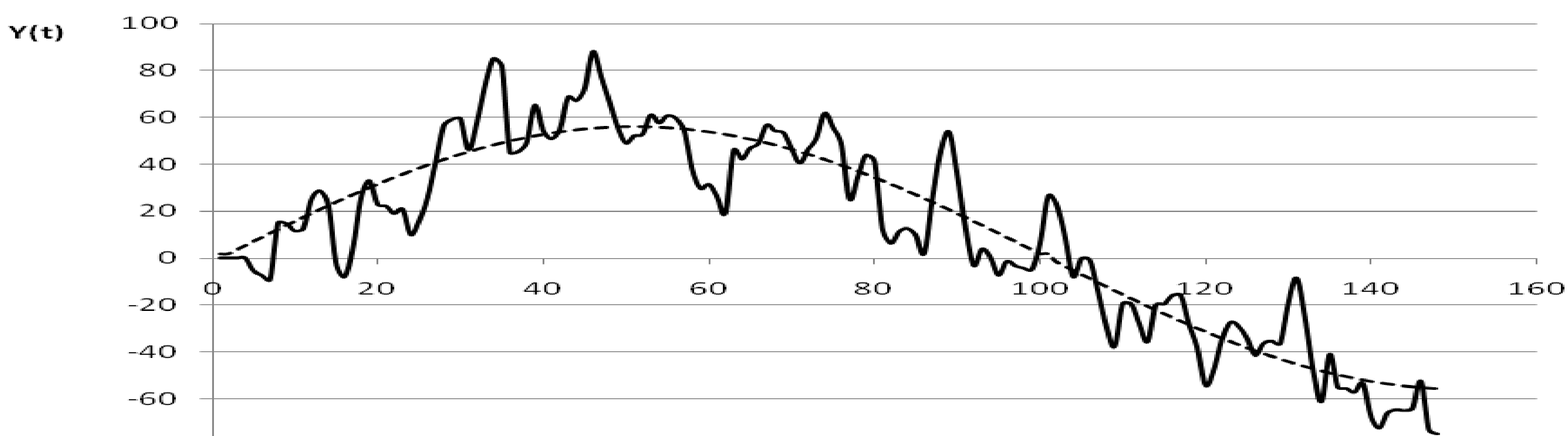


b)

Дальнейшее развитие

Утверждение. **Для любой последовательности $x=(x_0, x_1,\ldots,x_n,\ldots)$, $x\in L$, существует единственный вектор $a=(a_1,\ldots,a_p)$ такой, что последовательность x' с единственным, однозначным и непрерывным отображением F: $X\to L$ в виде разностной схемы: $x'_n = \sum_{j=1}^{p} a_j x'_{n-j}, n \geq p$, аппроксимирует последовательность x с точностью не менее заданной.**

Пример: $x=x'$ **при** $n=2p+1$.



Моделирование. Сравнение 2-х подходов

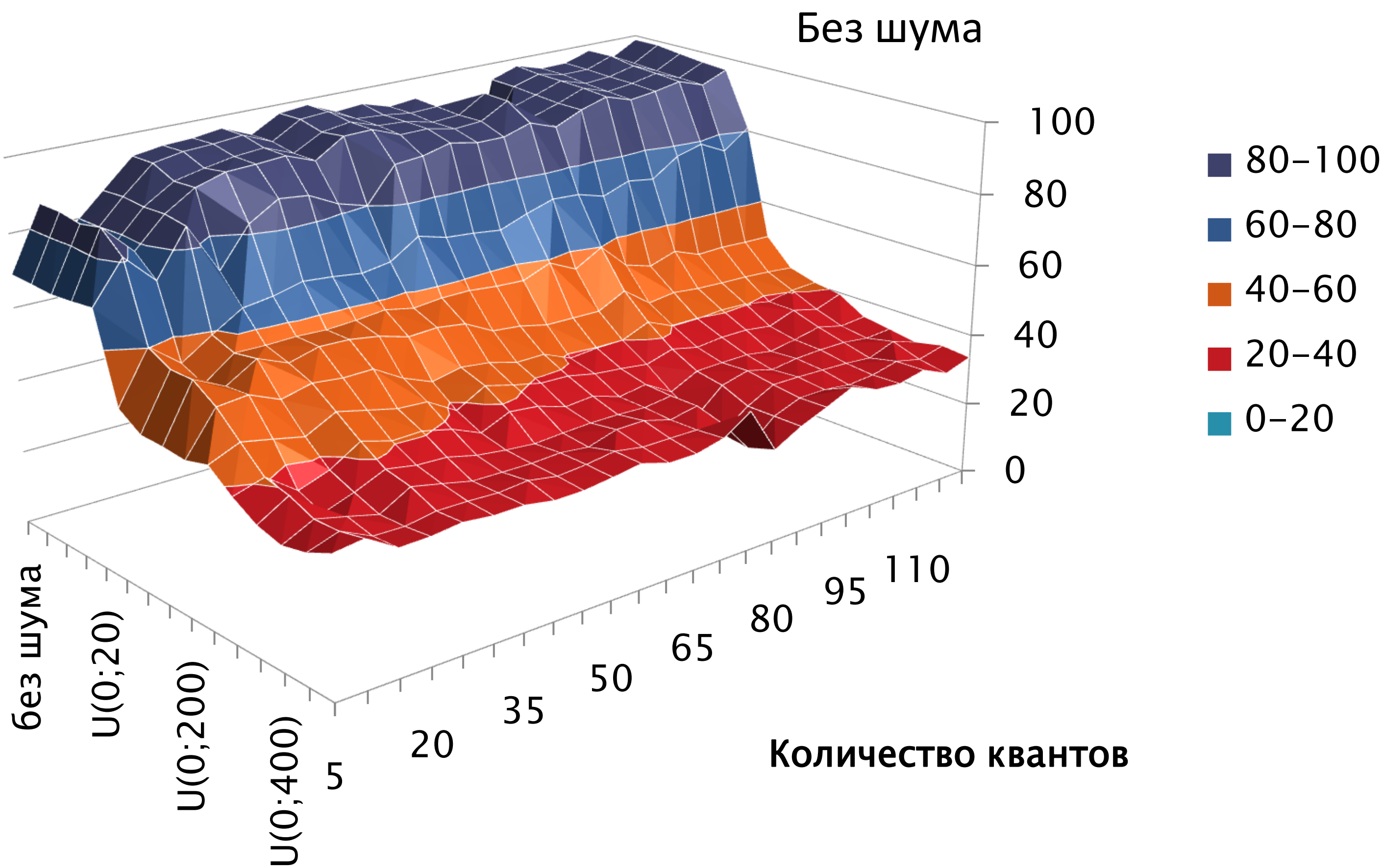
γ (шум/сигнал)	Доля верных распознаваний при «генетическом» распознавании, %	Доля верных распознаваний на основе ARADS, %	Максимальное значение доли ложных распознаваний,%
0.0	99.9	100	6.1/0
0.025	96.1	99.1	7.0/0.09
0.05	87.8	98.2	7.3/1.1
0.1	79.1	97.9	7.2/2.1
0.15	75.5	97.4	6.4/2.9
0.2	71.2	96.3	7.1/3.9
0.25	55.5	96.1	7.4/4.6
0.3	45.5	94.9	8.8/5.4
0.35	41.2	94.2	9.1/5.5

Результаты распознавания состояний сложного ДО для различных алгоритмов

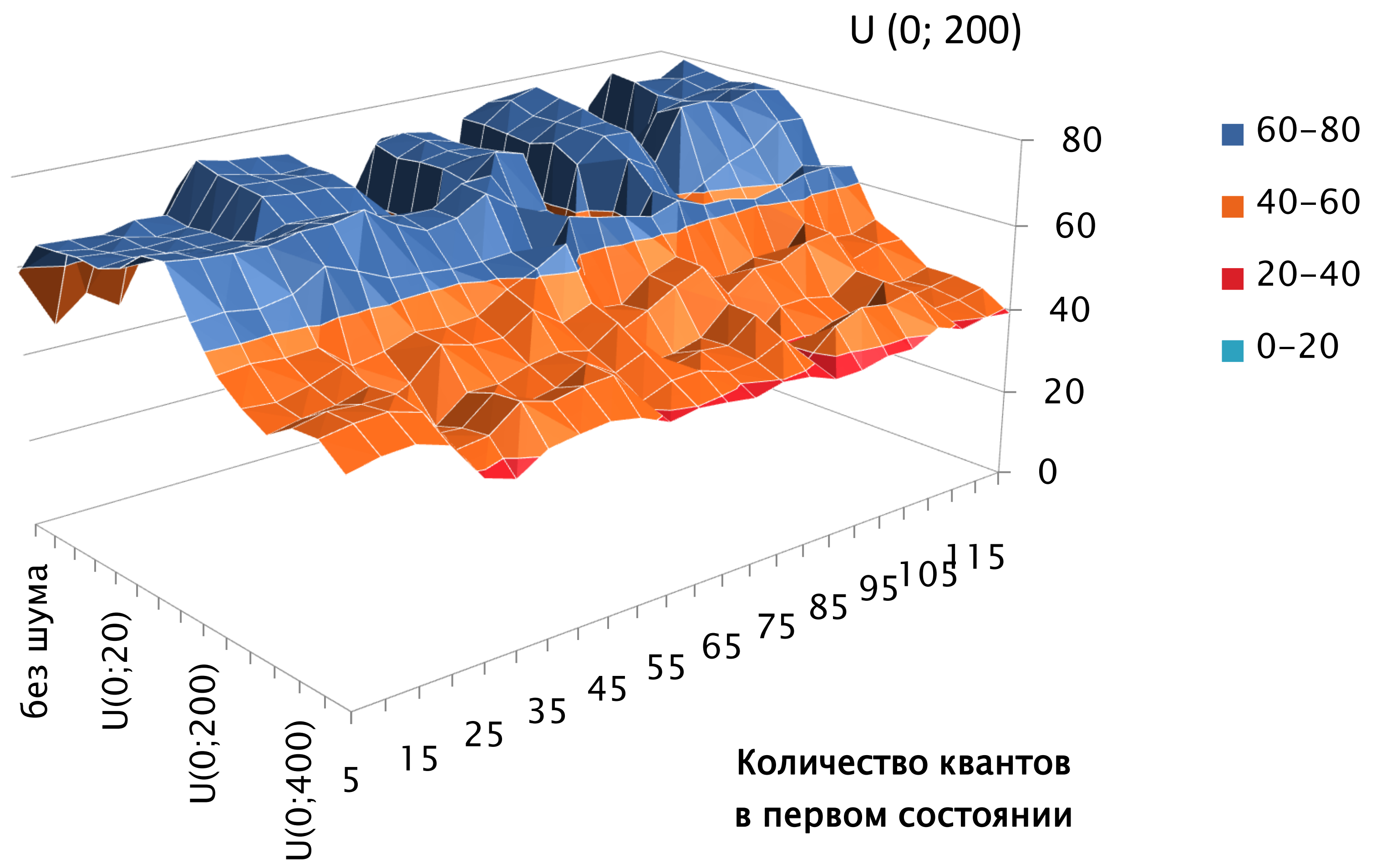
Число эталонов в классе-состоянии				Наличие шумов	Эффективность распознавания, %,				
1	2	3	4		АР 1	АР 2	АР 3	АР 4	АР 5
5	5	5	5	нет шума	95,51	93,89	93,77	95,51	94,31
5	5	5	5	*U*(-320, 320)	**47,12**	**25,42**	**48,51**	**39,00**	**87,12**
2	101	26	370	нет шума	**99,67**	**99,45**	**98,18**	**99,67**	**91,29**
2	101	26	370	*U*(-320, 320)	**94,84**	**90,97**	**93,51**	**94,16**	**89,45**

- АР 1 на основе метода эталонов и FRiS-функции;
- АР 2 на основе метода эталонов и ближайших соседей;
- АР 3 на метод построения мета-эталонов и ФОС;
- АР 4 на основе коллективного решающего правила, FRiS-функции и применении весовых коэффициентов АР, полученных на КВ;
- АР 5 реализует вышеизложенную процедуру на основе энтропии мультимножеств.

Зависимость точности распознавания от количества квантов и параметров шума при обучении и тестировании (1/2)



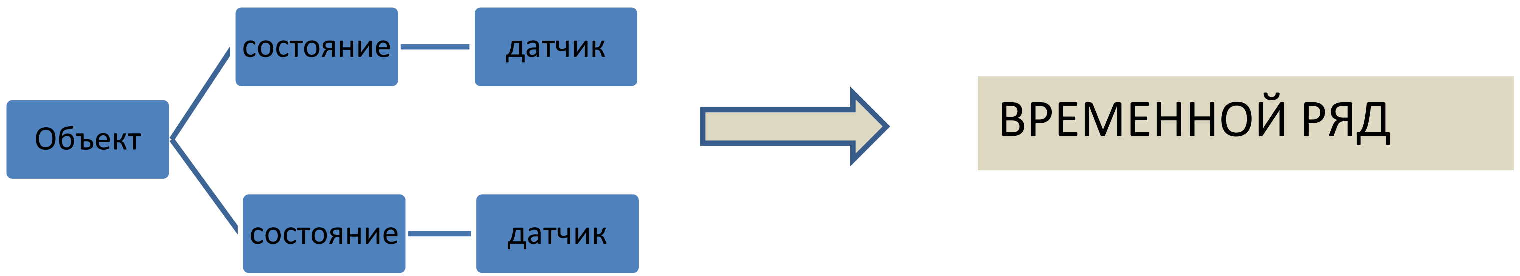
Зависимость точности распознавания от количества квантов и параметров шума при обучении и тестировании (2/2)



Содержательная интерпретация постановки задачи

Пусть имеется некоторый динамический объект, который может находиться в одном из I состояний, информация о которых содержится в амплитудах сигналов, измеряемых M датчиками в дискретные моменты времени t и являющихся (случайными) значениями многомерного временного ряда.

Задача. По обучающей выборке (экспериментальные данные показаний датчиков при разных состояниях ДО) и показаниям датчиков в реальном времени, определить метку состояния ДО.



Матричная модель представления данных и знаний и выявление закономерностей

Q - матрица описаний объектов в пространстве характеристических признаков;

R - матрица различий объектов в пространстве классификационных признаков;

q_{ij} задает значение *j*-го признака для *i*-го объекта;

r_{ij} задает принадлежность *i*-го объекта одному из выделенных классов по *j*-му механизму классификации.

При q_{ij}=«-» признак может принимать как нулевые, так и единичные значения.

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР 1

$$
Q = \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8 \end{array} \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccccc} 1&2&3&4&5&6&7&8&9&10&11&12&13 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&1&0\\
1&1&0&0&0&1&0&1&0&1&1&0&0\\
1&1&1&1&0&-&0&0&0&1&1&0&0\\
1&0&1&0&0&1&0&0&0&0&1&0&0\\
1&0&1&1&0&1&1&0&1&0&1&1&0\\
1&-&1&1&0&1&1&1&1&1&0&1&0\\
1&0&0&0&1&0&1&1&1&1&0&-&0\\
1&1&0&0&1&0&1&1&0&0&1&0&1
\end{bmatrix}
\end{array}
; R = \begin{bmatrix} 1\\2\\2\\2\\3\\4\\5\\6 \end{bmatrix}
; T = \begin{array}{c} \\ \begin{array}{c} 1\\2\\3\\4\\5\\6 \end{array} \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccccccc} 1&2&3&4&5&6&7&8&9&10&11&12&13 \end{array} \\
\begin{bmatrix}
0&0&0&0&1&0&0&0&1&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&1&1&0\\
0&0&0&0&1&1&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&1&0&1&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&1&1&0&1&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&1&0&1&0&0&1&1&0&0
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Матрицы описаний ***Q***, различений ***R*** и тестов ***T***

Пример А.Е.Янковской

Закономерность: диагностический тест и его весовой коэффициент

Определение **1**

Совокупность признаков, различающих все пары объектов из разных образов (классов), назовем диагностическим тестом.

Определение **2**

Два объекта считаются различимыми, если хотя бы один признак в описании одного из них принимают значение 1 (0), а в описании другого – инверсное (0 (1)).

	Z_5	Z_9	Z_{11}		
1	1	1	1		**1**
2	0	0	1		**2**
3	0	0	1	+	**2**
4	0	0	1	**R=**	**2**
5	0	1	1		**3**
6	0	1	0	+	**4**
7	1	1	0	+	**5**
8	1	0	1		**6**

Закономерность: диагностический тест и его весовой коэффициент

Определение 3

Под весом (весовым коэффициентом) признака понимается его разделяющая способность.

Весовой коэффициент w_m признака, соответствующего m-му столбцу матрицы $\boldsymbol{Q}$ ($m \in \{1,...,M\}$) вычисляется по формуле (А.Е. Янковская):

$$w_m = \frac{\sum_{r=1}^{K-1} \sum_{t=r+1}^{K} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} \delta_{ij}^m}{\sum_{i=1}^{K-1} \sum_{j=i+1}^{K} \sigma_i \sigma_j} \qquad (1)$$

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР 2
ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МУЛЬТИМНОЖЕСТВ К ОЦЕНИВАНИЮ ПРИЗНАКОВ И ТЕСТОВ

ОПИСАНИЕ ПРИЗНАКОВ Z_5, Z_9, Z_{11}

	Z_5	Z_9	Z_{11}		R
1	1	1	1		**1**
2	0	0	1		**2**
3	0	0	1	+	**2**
4	0	0	1	R=	**2**
5	0	1	1		**3**
6	0	1	0	+	**4**
7	1	1	0	+	**5**
8	1	0	1		**6**

$$Z_i \sim P_i$$

МУЛЬТИМНОЖЕСТВА P_5, P_9, P_{11}

P_5={4•(1-2), 1•(1-3), 2•(1-4), 8•(2-5), 4•(2-6), 2•(3-5), 1•(3-6), 4•(4-5), 2•(4-6)};

P_9={4•(1-2), 1•(1-6), 4•(2-3), 8•(2-4), 8•(2-5), 1•(3-6), 2•(4-6), 2•(5-6)};

P_{11}={2•(1-4), 2•(1-5), 8•(2-4), 8•(2-5), 2•(3-4), 2•(3-5), 2•(4-6), 2•(5-6)}.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МУЛЬТИМНОЖЕСТВ К ОЦЕНИВАНИЮ ПРИЗНАКОВ И ТЕСТОВ

Соответствующий m-у признаку m-й столбец матрицы $\boldsymbol{Q}$ порождает мультимножество $\boldsymbol{P}_m$ различимых этим признаком пар объектов из разных образов :

$$P_m = \{(i - j) \,|\, i \in F_r, j \in F_t, r \neq t, q_{im} \neq q_{jm}\},$$

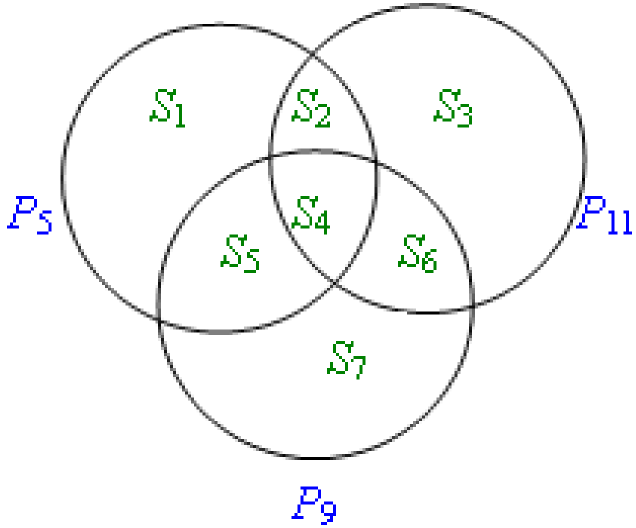
где $F_l=\{f_l, f_l+1, \ldots, f_l+N_l-1\}$, N_l – число строк в l-ом образе, f_l – номер 1-й строки в матрице $\boldsymbol{Q}$ для l-го образа, $l \in \{r,t\}$.

ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МУЛЬТИМНОЖЕСТВ К ОЦЕНИВАНИЮ ПРИЗНАКОВ И ТЕСТОВ

$|P_m|$ мощность мультимножества (общее число его элементов);

$/P_m/$ размерность мультимножества (количество различных (уникальных) элементов);

В терминах мультимножеств будем считать признаки взаимозависимыми, если пересечение мультимножеств, ими порожденных, непусто.



ПРИМЕНЕНЕНИЕ ФОРМАЛИЗМА МУЛЬТИМНОЖЕСТВ К ОЦЕНИВАНИЮ ПРИЗНАКОВ И ТЕСТОВ

мощности мультимножеств равны:

$|\boldsymbol{P_5}|=28$, $|\boldsymbol{P_9}|=30$, $|\boldsymbol{P_{11}}|=28$;

мощности разностей мультимножеств:

$|\boldsymbol{P_5} - \boldsymbol{P_9}|=13$, $|\boldsymbol{P_9} - \boldsymbol{P_5}|=15$, $|\boldsymbol{P_5} - \boldsymbol{P_{11}}|=14$,

$|\boldsymbol{P_{11}} - \boldsymbol{P_5}|=8$, $|\boldsymbol{P_9} - \boldsymbol{P_{11}}|=10$, $|\boldsymbol{P_{11}} - \boldsymbol{P_9}|=8$;

размерности разностей мультимножеств:

$/\boldsymbol{P_5} - \boldsymbol{P_9}/=5$, $/\boldsymbol{P_9} - \boldsymbol{P_5}/=5$, $/\boldsymbol{P_5} - \boldsymbol{P_{11}}/=5$, $/\boldsymbol{P_{11}} - \boldsymbol{P_5}/=4$,

$/\boldsymbol{P_9} - \boldsymbol{P_{11}}/=4$, $/\boldsymbol{P_{11}} - \boldsymbol{P_9}/=4$.

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРИЗНАКОВ

1 этап $\frac{|P_i|}{|P_j|}$; **2 этап** $\frac{\delta(|P_i - P_j|)}{\delta(|P_j - P_i|)}$; **3 этап** $\frac{\delta(/P_i - P_j/)}{\delta(/P_j - P_i/)}$;

$P_i - P_j$ – разность мультимножеств, соответствующих признакам Z_i и Z_j;

$\delta(x) = x$, если x≠0, $\delta(x) = 1$, иначе.

$|P_i - P_j|$ – мощность разности соответствующих мультимножеств;

$/P_i - P_j/$ – размерность разности соответствующих мультимножеств;

Иллюстрация метода определения ВКП

1 этап

$$\begin{array}{c|ccc} & P_9 & P_5 & P_{11} \\ \hline P_9 & 1 & 30/28 & 30/28 \\ P_5 & 28/30 & 1 & 1 \\ P_{11} & 28/30 & 1 & 1 \end{array} \Rightarrow w_m = \frac{\sum_{r=1}^{K-1} \sum_{t=r+1}^{K} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_t} \kappa_{ij}^m}{\sum_{i=1}^{K-1} \sum_{j=i+1}^{K} \sigma_i \sigma_j}$$

2 этап

$$\begin{array}{c|ccc} & P_9 & P_5 & P_{11} \\ \hline P_9 & 1 & 15/13 & 5/4 \\ P_5 & 13/15 & 1 & 7/4 \\ P_{11} & 4/5 & 4/7 & 1 \end{array}$$

3 этап

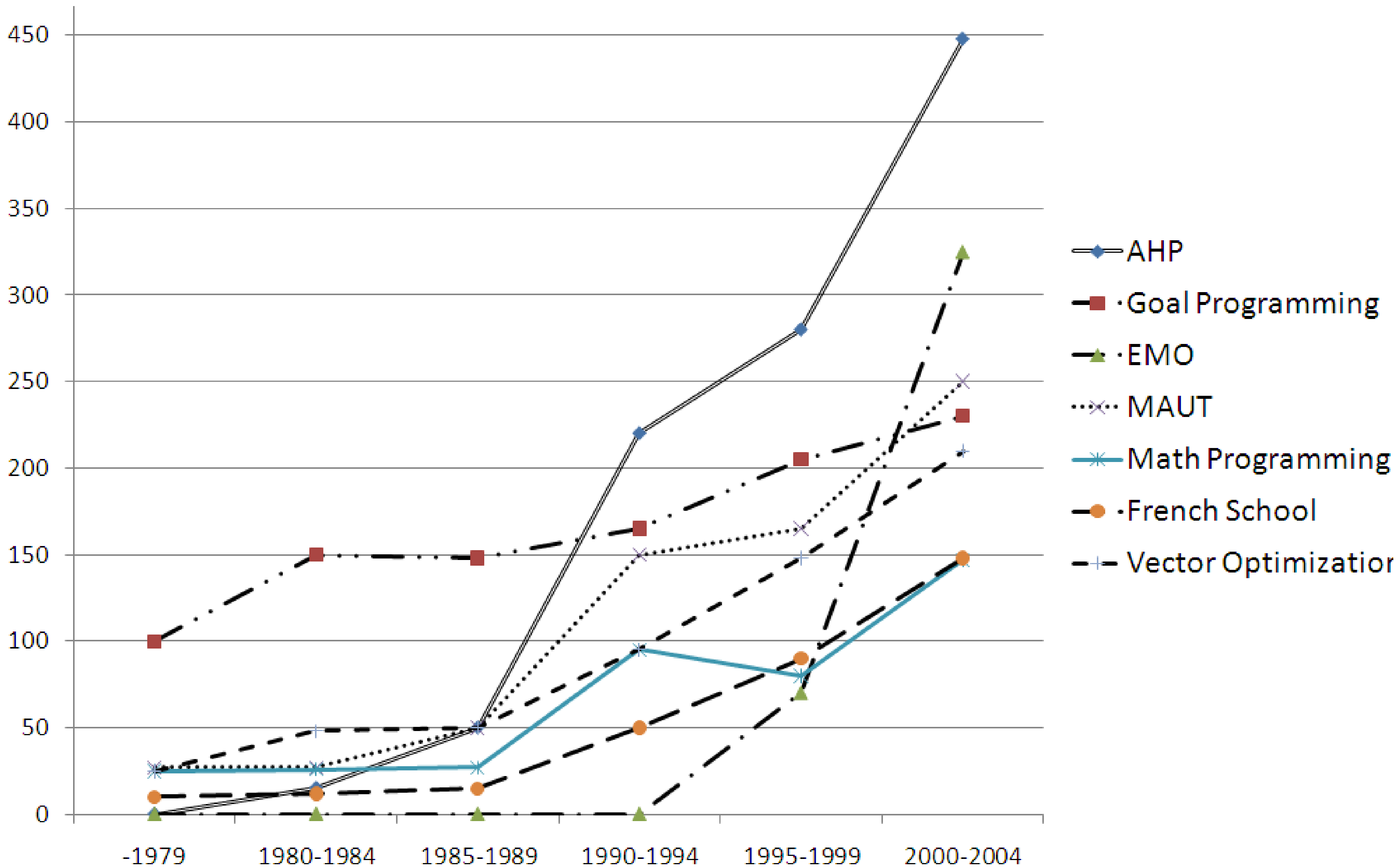
$$\begin{array}{c|ccc} & P_9 & P_5 & P_{11} \\ \hline P_9 & 1 & 4/5 & 1 \\ P_5 & 5/4 & 1 & 5/4 \\ P_{11} & 1 & 4/5 & 1 \end{array}$$

ИЛЛЮСТРАТИВНЫЙ ПРИМЕР

Нормализованные значения весовых коэффициентов признаков, найденные на каждом этапе и обобщенные их значения:

	W_1	W_2	W_3	W
P_9	0,349	0,371	0,308	**0,341**
P_5	0,326	0,377	0,385	**0,361**
P_{11}	0,326	0,253	0,308	**0,294**

История числа публикаций по разным многокритериальным методам по данным базы данных ISI



Недостатки МАИ: Аксиома К. Эрроу

Пример 1. Пусть оцениваются две альтернативы (признака): z_1, z_2 по двум равновесным мерам относительной важности со следующими МПС:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1/4 & 1 \end{bmatrix}.$$

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2)=(0.567, 0.433)$. Так как $w_1>w_2$, то $z_1 \succ z_2$.

При оценивании трех альтернатив z_1, z_2, z_3 по тем же двум мерам относительной важности со следующими МПС:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1/3 & 1/6 & 1 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1/2 \\ 1/4 & 1 & 1/8 \\ 2 & 8 & 1 \end{bmatrix}.$$

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2, w_3)=(0.304, 0.338, 0.358)$, то есть $z_2 \succ z_1$.

Недостатки МАИ : Линейная свертка

Пример 2. Пусть задача состоит в выборе прямоугольного участка из следующих трех вариантов:

(I) 7×15, (II) 10×10, (III) 5×20

Первый участок имеет максимальную площадь. **МАИ** с равновесными метрическими критериями (длина и ширина участка) и **аддитивной сверткой критериев**, делает **ошибочный выбор** в пользу второго участка:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 7/10 & 7/5 \\ 10/7 & 1 & 10/5 \\ 5/7 & 5/10 & 1 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 15/10 & 15/20 \\ 10/15 & 1 & 10/20 \\ 20/15 & 20/10 & 1 \end{bmatrix}.$$

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}^1$=(0.318, 0.455, 0.227), $\boldsymbol{w}^2$=(0.333, 0.222, 0.444), итоговый весовой вектор равен:

$$\boldsymbol{w}\mathbf{=(0.326,\ 0.338,\ 0.336).}$$

Нелинейная модификация МАИ. Парето-оптимальность выбора. Выполнимость аксиомы Эрроу

	Промежуточные исходные данные s-го уровня иерархии, $(w_1^s,\ w_2^s,\ \ldots,\ w_g^s)$	Относительные ВКА z_i, z_j	Вектор относительных нормализованных ВКА
	$w_i'^s = \left(\prod_{l=1}^{g} a_{il}^s \right)^{1/g},\ i = \overline{1,g}$	$w_i^s = w_i'^s \Big/ \sum_{l=1}^{g} w_l'^s,\ i = \overline{1,g}$	$(w_1^s,\ w_2^s,\ \ldots,\ w_g^s)$, $s \in \{1,\ 2,\ \ldots,\ v\}$
I	$w_i^s,\ w_j^s$	$w_{ij}^s\ i\ = \dfrac{w_i^s}{w_i^s + w_j^s}$, $w_{ij}^s\ j\ = \dfrac{w_j^s}{w_i^s + w_j^s}$	$\mathbf{w}_{ij}^s = \ w_{ij}^s\ i\ ,\ w_{ij}^s\ j$
II	$w_{ij}\ i\ = \sum_{s=1}^{k} c_s w_{ij}^s\ i\ ,\ w_{ij}\ j\ = \sum_{s=1}^{k} c_s w_{ij}^s\ j\ ,\ \sum_{s=1}^{k} c_s = 1$		$w_{ij}\ i\ ,\ w_{ij}\ j$
V	$u_i\ = \sum_{l=1}^{g} w_{il}\ i$	$V_i = u_i \Big/ \sum_{l=1}^{g} u_l,\ i = \overline{1,g}$	$V_1,\ V_2,\ \ldots,\ V_g$

Нелинейная модификация МАИ. Парето-оптимальность выбора. Выполнимость аксиомы Эрроу

Теорема 1. Пусть заданы множества (наборы, тесты) признаков $\Theta_1 = \{z_1, z_2, ..., z_{g-1}\}$ и $\Theta_2 = \{z_1, z_2, ..., z_{g-1}, z_g\}$ $(\Theta_1 \subset \Theta_2)$. **Бинарные отношения** (предпочтения) $z_i \ \rho_1 \ z_j$, $z_i \ \rho_2 \ z_j$ $z_i, z_j \in \Theta_1 \subset \Theta_2$, $i \neq j$, индуцированные на множествах Θ_1 и Θ_2 посредством применения классической процедуры МАИ, **в общем случае не совпадают**.

Теорема 2. Пусть заданы множества (наборы, тесты) альтернатив Θ_1 и Θ_2, $\Theta_1 \subset \Theta_2$. **Бинарные отношения (предпочтения)** $z_i \ \rho_1 \ z_j$, $z_i \ \rho_2 \ z_j$ $z_i, z_j \in \Theta_1 \subset \Theta_2$, $i \neq j$, индуцированные посредством применения классической процедуры МАИ на множестве Θ_1 и модифицированной процедуры ММАИ на множестве Θ_2, **совпадают.**

Нелинейная модификация МАИ. Парето-оптимальность выбора. Выполнимость аксиомы Эрроу

Теорема 3. Пусть для МПС альтернатив $\mathbf{A}' = \left\| a'_j \right\|_{(g-1)\times(g-1)}$ $a'_{ij} = w'_i / w'_j$ и $\mathbf{A} = \left\| a_{ij} \right\|_{g\times g}$ $a_{ij} = w_i / w_j$ множеств $\mathbf{\Theta}_1$ и $\mathbf{\Theta}_2$, соответственно, выполнены свойства (3.1) МПС *a*)-*d*). Тогда при выполнении условий:

$$1)\ a'_{ij} = a_{ij}, \text{ для } i, j < g;\ 2)\quad a'_{ij}{}^{g} > 1 \quad a'_{ij}{}^{g} < 1$$

бинарные отношения (предпочтения) $z_i \succ z_j \quad z_i \prec z_j$, $z_i, z_j \in \mathbf{\Theta}_1 \subset \mathbf{\Theta}_2$, $i \neq j$, индуцированные на множествах Θ_1 и Θ_2 посредством применения **стандартной процедуры метода анализа иерархий**, совпадают.

Теорема 4. Если функция относительного сходства в точке x' достигает максимального значения на множестве выбираемых решений, то x' входит в **парето-оптимальное множество**.

Нелинейная модификация МАИ. Парето-оптимальность выбора. Выполнимость аксиомы Эрроу.

Функция относительного сходства.

$$F \quad i \; = g^{-1} \sum_{j=1}^{g} w_{ij} \quad i \; ,$$

$$w_{ij} \quad i \; = \sum_{s=1}^{v} c_s w_{ij}^{s} \quad i \; = \sum_{s=1}^{v} c_s \frac{w_i^s}{w_i^s + w_j^s},$$

$$w_i^s = \left(\prod_{l=1}^{g} a_{il}^{s} \right)^{1/g} \left[\sum_{k=1}^{g} \left(\prod_{l=1}^{g} a_{kl}^{s} \right)^{1/g} \right]^{-1}$$

Нелинейная модификация МАИ. Примеры

Пример 1 (продолжение).

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1/4 & 1 \end{bmatrix}.$$

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2)=(0.567, 0.433)$. Так как $w_1>w_2$, то $z_1 \succ z_2$.

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1/2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 \\ 1/3 & 1/6 & 1 \end{bmatrix}; \ \mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1/2 \\ 1/4 & 1 & 1/8 \\ 2 & 8 & 1 \end{bmatrix}.$$

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}=(w_1, w_2, w_3)=(\mathbf{0.304}, \mathbf{0.338}, \mathbf{0.358})$, то есть $z_2 \succ z_1$.

Модификация МАИ $\Rightarrow$ $V=(\mathbf{0.357}; \mathbf{0.315}; \mathbf{0.328}) \Rightarrow z_1 \succ z_2$

Нелинейная модификация МАИ. Примеры

Пример 2 (продолжение). Пусть задача состоит в выборе прямоугольного участка из следующих трех вариантов:

(I) 7×15, (II) 10×10, (III) 5×20

МАИ $\Rightarrow$ $\boldsymbol{w}^1=(0.318,\ 0.455,\ 0.227)$, $\boldsymbol{w}^2=(0.333,\ 0.222,\ 0.444)$, итоговый весовой вектор:

$$w=(\mathbf{0.326},\ \mathbf{0.338},\ \mathbf{0.336}) \Rightarrow \mathbf{(II)}.$$

Модификация МАИ $\Rightarrow$

$$V=(\mathbf{0.336},\ \mathbf{0.332},\ \mathbf{0.332}) \Rightarrow \mathbf{(I)}.$$

Нелинейная модификация МАИ.
Модель оценивания результативности качества трудовой деятельности работников бюджетной сферы федерального уровня

Матрица описаний (**Q**) объектов **в пространстве характеристических признаков.**

Матрица различений (**R**) объектов **в пространстве классификационных признаков**.

Характеристические признаки:

образование, степень, звание, должность,
участие в учебном процессе, участие в НИР,
участие в НИРС, наличие грантов, защита диссертаций,
количество публикаций общее, количество публикаций за определенный период, уровень публикаций,
участие в конференциях,
членство в российских и международных организациях,
участие в организации мероприятий,
дополнительные нагрузки и т.д.

Нелинейная модификация МАИ.

Модель оценивания результативности качества трудовой деятельности работников бюджетной сферы федерального уровня

Классификационные признаки:

1) уровень надбавки;

2) оценка уровня стимулирования;

3) количество экспертов.

Пусть по матрицам **Q** и **R** построены **тупиковые диагностические тесты**, представленные матрицей тестов **Т**, и определено число различающих пар «объект–объект» по каждому характеристическому признаку.

Требуется определить весовые коэффициенты характеристических признаков, входящих в объединение всех (части) диагностических тестов, без учета предположения о независимости признаков;

Требуется осуществить классификацию новых объектов.

Нелинейная модификация МАИ. Выводы

1. **Парето-оптимальность выбора**
2. **Корректность в оценивании изменяющихся наборов альтернатив**
3. **Условия применения линейной свертки в МАИ**

Цитируемая Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Журавлев Ю.И. Корректные алгебры над множествами некорректных (эвристических) алгоритмов. I-III // Кибернетика. - 1977. - № 4. - С. 5-17, 1977. - № 6. - С. 21-27, 1978. - № 2. - С. 35-43.
2. Журавлев Ю.И. Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания и классификации // Проблемы кибернетики. Вып. 33. - М.: Наука, 1978. - С. 5-68.
3. Воронцов К.В. Комбинаторная теория надёжности обучения по прецедентам: автореф. дис. докт. физ.-мат. наук. – Москва, 2010. – 42 с.
4. Воронцов К.В. Лекции по методам оценивания и выбора моделей. 2007. Режим доступа: www.ccas.ru/voron/download/Modeling.pdf.
5. Воронцов К.В. Обзор современных исследований по проблеме качества обучения алгоритмов // Таврический вестник информатики и математики. – 2004. – № 1. – С. 5–24.
6. Воронцов К.В., Рудаков К.В., Чехович Ю.В. Информационные методы анализа сложных систем // Тезисы докладов научной конференции «Математические модели сложных систем и междисциплинарные исследования», ВЦ РАН им. А.А. Дородницына, 2002 г. - Москва, с. 9.
7. Рудаков К.В., Чехович Ю.В. Алгебраический подход к проблеме синтеза обучаемых алгоритмов выделения трендов // Доклады РАН. - 2003. -Т. 388. - № 1.- С. 33-36.

Цитируемая Л И Т Е Р А Т У Р А

8. Грызлова Т.П. Формализация задачи распознавания последовательности состояний сложного источника // Математические методы распознавания образов: 14-я Всероссийская конференция. Владимирская обл. г. Суздаль, 21-26 сентября 2009 г.: Сборник докладов. – М.: МАКС Пресс, 2009. – С. 333-337

9. N.G. Zagoruiko, I.A. Borisova, V.V. Dyubanov, and O.A. Kutnenko. Methods of Recognition Based on the Function of Rival Similarity // Pattern Recognition and Image Analysis, 2008. – Vol. 18. – No. 1. – P. 1–6.

10. E.V. Volchenko Research of features in association of training sample objects to meta-objects // Pattern Recognition and Image Analysis: New Information Technologies (PRIA–9–2008). Proceedings of the 9th International Conference. Vol. 1. – Nizhni Novgorod, 2008. – P. 291–294.

11. Самохвалов Ю.Я. Особенности применения метода анализа иерархий при оценке проблем по метрическим критериям // Кибернетика и системный анализ. – 2004. – № 5. – С. 15–19.

12. Ногин В.Д. Упрощенный вариант метода анализа иерархий на основе нелинейной свертки критериев // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2004. – Т.44. – № 7. – С. 1259-1268.

13. Михайлов Ю.Б. Математические основы повышения точности прогнозирования количественных характеристик процессов (в технике, экономике, экологии, социологии, бизнесе). – М.: ООО Издательство «Научтехлитиздат», 2000. – 206 с.

14. Семенычев В.К. Идентификация экономической динамики на основе моделей авторегрессии. – Самара.:АНО «Изд. СНЦ РАН». – 2004. – 243 с.

15. Тырсин А.Н. Робастная параметрическая идентификация моделей диагностики на основе обобщенного метода наименьших модулей: автореф. дис. докт. техн. наук. – Челябинск, 2007.

Результаты опубликованы в журналах

1. **Известия РАН. Теория и системы управления.** – 2008. – № 6. 2011 (№ 3)
2. **Journal of Computer and Systems Sciences International**. – 2008. – Vol. 47, No 6
3. **Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика**. – 2010. – № 5
4. **Экологические системы и приборы**. – 2010. – № 8. – С. 36-43.
5. **Автометрия.** – 2010. – № 6.
6. **Информационные технологии**. – 2010. – № 6. – С. 56-62.
7. **Программные продукты и системы**. – 2010. – № 4.
8. **Информационные технологии**. – 2010. – № 12.
9. **Качество. Инновации. Образование**. – 2010. – № 4.
10. **Известия Томского политехнического университета. -** 2010. – Т. 316. – № 5.
11. Выявление закономерностей во временных рядах в задачах распознавания состояний динамических объектов / **Монография**, 2010.
12. Системный подход к оцениванию взаимного влияния признаков в тестовом распознавании // **Кибернетика и системный анализ**. – 2009. – № 3.
13. An integrated approach to evaluating the mutual influence of attributes in test recognition // **Cybernetics and Systems Analysis**. Springer New York. 1573-8337 (Online) – 2009. – V. 45. – № 3. – С. 446–454.)
14. О применении мультимножеств к задаче вычисления весовых коэффициентов признаков в интеллектуальных распознающих системах// **Искусственный интеллект**. Украина – 2004. – № 2. – С. 216–220.

Применение методов выявления закономерностей для решения прикладных задач

1) задача построения модели наблюдателя при адаптивном управлении электро-механическим объектом;

2) задача экологического диагностирования и прогнозирования;

3) задача моделирования состояния здоровья пациента с бронхиальной астмой для оценки и прогноза его состояния;

4) задача предсказания неизвестных значений атрибутов в базах данных на примере данных АИС «Торфяные ресурсы» и «Химия торфов»;

5) задача обнаружения закономерностей в данных на примере базы данных результатов электромагнитных и акустических измерений геофизических процессов.

Модели закономерностей

– модель на основе эталонов состояний,

– модель разметки временного ряда;

– модель реконструкции временного ряда;

– модель определения весовых коэффициентов признаков в тестовом распознавании;

– модель адаптивного квантования на основе максимального правдоподобия и теоретико-информационного подхода к распознаванию состояний;

– модель ранжирования динамических наборов альтернатив с целью корректного многокритериального оценивания методов и алгоритмов распознавания состояний ДО на основе нелинейной свертки критериев.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!